1 - ACTIVIDAD INTRODUCTORIA: "Los de Mates siempre vamos a pillar"

Calcula el límite justificando paso a paso:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^3 - x^2 - 8x + 12}$$

A estas alturas supongo que todo el mundo tiene claro que la calculadora no hace todo por sí sola. Se necessita un poco de madurez matemàtica. Una actividad tan simple como esta nos permite ver las habilidades y si realmente se han alcanzado los objetivos de la unidad.

Esta es una actividad realizada en el aula con los resultados de algunos de alumnos y el posterior debate que se generó, haciendo que una sencilla actividad como el calculo de un límite, se vea enriquecida por diferentes cuestiones paralelas.

El profesor puede recordar que hay que calcular inicialmente el valor numérico del numerador y denominador. Algunos van de cabeza a por su calculadora pero también podemos frenar y hacer ver que se trata de unas operaciones muy sencillas que se hacen de forma ràpida (para los más escépticos de la calculadora).

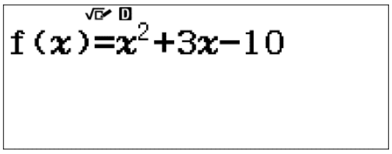
Rápidamente obtiene el alumnado la indeterminación $\frac{0}{0}$

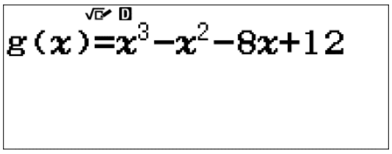
$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^3 - x^2 - 8x + 12} = \frac{0}{0} \; indeterminación$$

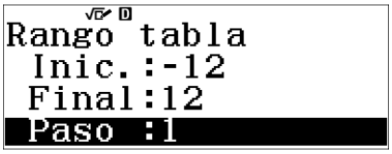
El siguiente paso es factorizar los dos polinomios que aparecen. Mis alumnos saben que pueden encontar las raíces haciendo uso del **Menú 9: Tabla** o desde el **Menú A: Ecuación/Func.**

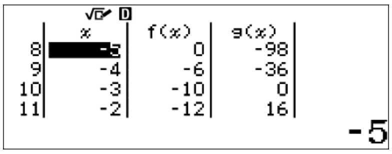
ALUMNOS QUE HAN UTILIZADO EL MENÚ 9: TABLA

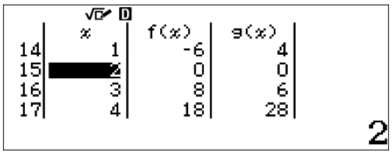
Los dos polinomios tienen las raíces enteras y se pueden encontrar entre -12 y 12 (divisores de 10 y divisores de 12) por lo que se ajusta el rango de las tablas de valores donde buscar los ceros.











Y visto esto, algunos alumnos proceden de la manera siguiente:

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2+3x-10}{x^3-x^2-8x+12} = \frac{0}{0} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+5)(x-2)}{(x+3)(x-2)} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+5)}{(x+3)} = \frac{2+5}{2+3} = \frac{7}{5}$$

Esto provoca el debate por el grado y la factorización del polinomio del denominador.

- Falta una raíz.
- ! Ahhh es porque la que falta es compleja !
- ¿No puede ser compleja?

- Y finalmente deducen que una de ellas será doble. Pero... ¿cuál de las dos?
- Alguno nos dirá que analizando el producto entre los términos independientes de los factores (o de las raíces) se debe obtener el termino independiente del polinómio de partida por lo que la factorización debería quedar $(x+3)(x-2)^2$

Así pués:

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2+3x-10}{x^3-x^2-8x+12} = \frac{0}{0} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+5)(x-2)}{(x+3)(x-2)^2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+5)}{(x+3)(x-2)}$$
$$= \frac{7}{0}\ ind\ tipo\ \infty$$

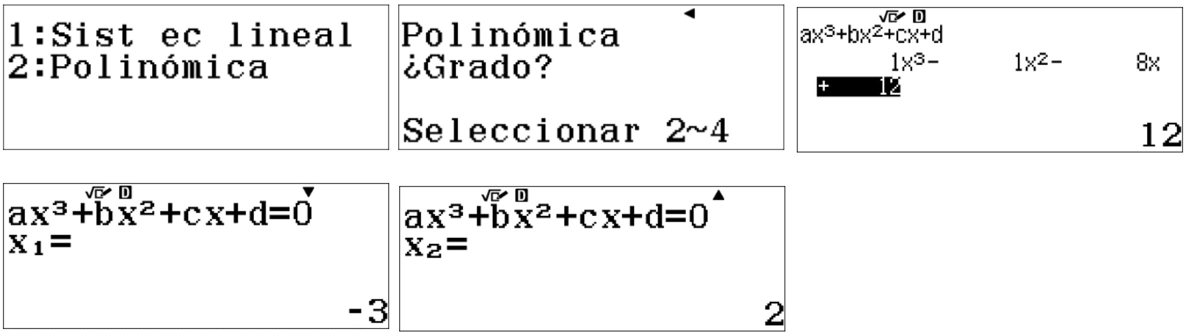
Se analizan los límites laterales en x = 2

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{(x+5)}{(x+3)(x-2)} = \frac{7}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{(x+5)}{(x+3)(x-2)} = \frac{7}{0^+} = +\infty$$

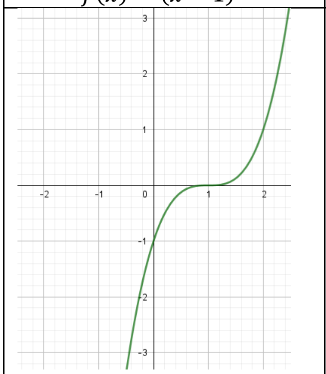
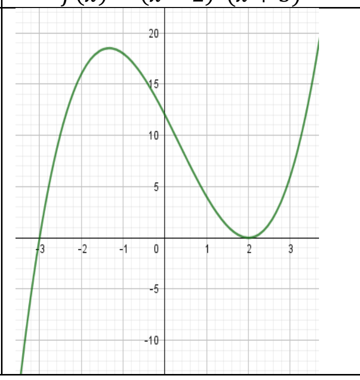
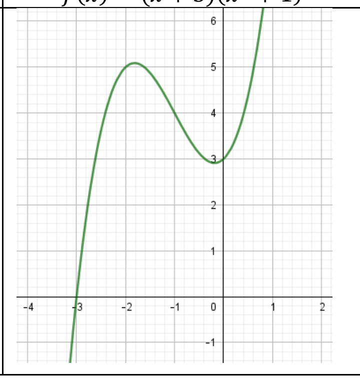
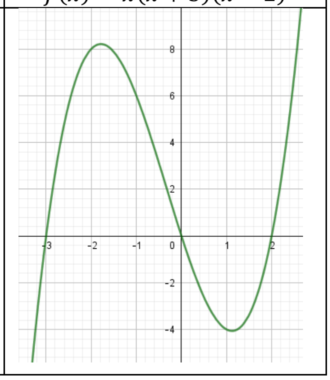
Por lo tanto el $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+3x-10}{x^3-x^2-8x+12}$ no existe, o se puede decir que tenemos una asíntota vertical en x = 2

ALUMNOS QUE HAN UTILIZADO EL MENÚ A: Ecuación/Fun.



Y a partir de aquí se procedió igual.

Se aprovechó finalmente la actividad para analitzar en el aula las diferentes posibilidades gráficas para una función cúbica.

$f(x) = (x-1)^3$	$f(x) = (x-2)^2(x+3)$	$f(x) = (x+3)(x^2+1)$	$f(x) = x(x+3)(x-2)$
			

2 - ACTIVIDAD PRINCIPAL: ¿En qué parking has dejado el coche?

Guillermo acude como cada sábado, al mercado central de Alicante. Hoy no ha encontrado un lugar en las calles que circundan el mercado por lo que ha decidido aparcar en el Parking La Lonja.

No ha dejado de sorprenderle la tarifa que tiene este parking, por la cantidad de decimales en el precio por minuto, ni tampoco le ha dejado indiferente, el hecho de que haya una tarifa máxima por día.

Pero le ha dejado completamente aturdido que la máquina indique que no acepta las monedas de 1 cts/€ ni las de 2 cts/€ y que por lo tanto, tampoco te devuelve éstas monedas.

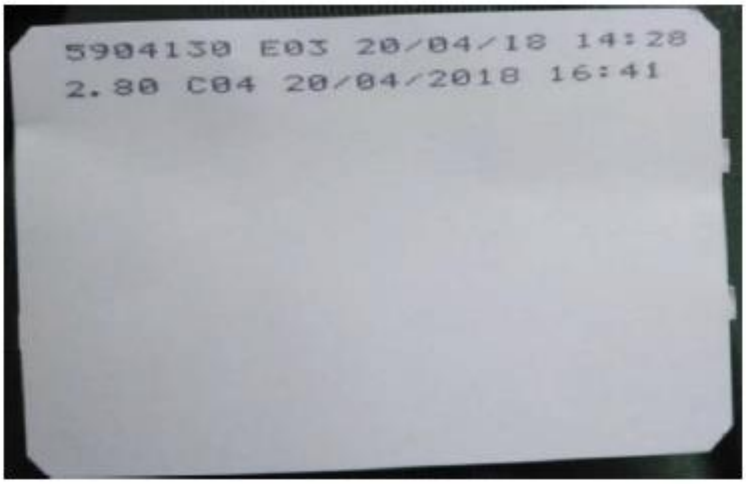
a) Construye la función que expresa la cantidad a pagar según el tiempo que se está aparcado a lo largo de un día.

b) ¿Qué te sugiere ese dato que indica que el máximo que se paga por día son 20,33 €?

c) ¿Cómo realiza la máquina los cálculos internamente para decirnos cuánto debemos pagar sin tener ningún conflicto como clientes?

d) ¿Cuánto se paga por 60 minutos de parking?

e) ¿Es correcto lo que nos han cobrado según el ticket de la imagen?



Con esta actividad el alumnado podrá resolver un problema real construyendo funciones y realizando aproximaciones conforme las realiza una máquina expendedora de tickets de parking. Cálculos con números decimales aprovechando las tarifas que tienen los parking y análisis de los resultados para fomentar el espíritu crítico.

Una forma de resolver el problema puede ser la siguiente:

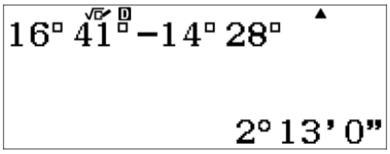
Para resolver nuestro problema se propone, como actividad de inicio, trabajar con la tarifa del Parking La Lonja del Mercado de Alicante, más sencilla para nuestro alumnado y que permitirá familiarizarse con aquello que ocurre a la hora de plantear la función que devuelve el precio a pagar en función del tiempo que se está aparcado así como los diferentes tramos existentes, para introducir las funciones a trozos.

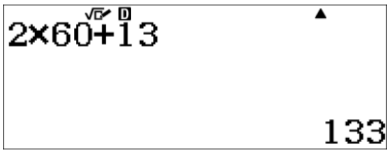
Así pues, el precio a pagar *f(t)* en función del tiempo *t* (en minutos) que se está aparcado viene dado por:

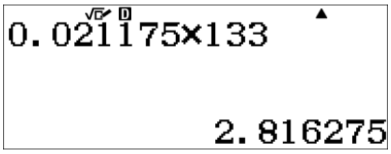
$$f(t) = 0{,}021175 \cdot t\,, \quad t \geq 0$$

Se introduce el concepto de dominio de esta función, condicionado por la variable independiente *t* = tiempo y nos podemos ceñir a un día.

Se analiza, observando el ticket, si los cálculos que se realizan se ajustan a los datos que se proporcionan:







La máquina no admite monedas de 1 céntimo/€ ni de 2 céntimos/€, por lo que debe siempre realizar una aproximación por defecto en las centésimas con múltiplos de 5. Una aproximación por exceso, supondría cobrar de más a los usuarios, lo cual podría acarrear problemas legales a la empresa.

Así pues, como se observa en el ticket de pago, el usuario ha abonado 2,80 €.

Se plantea si ésta función se comporta de la misma forma a lo largo de las 24 horas ante el dato que proporciona el cartel de MÁXIMO DÍA: 20,33 €**.**

Se resuelve $f(t) = 20{,}33$

$$0{,}021175 \cdot t = 20{,}33 \quad \rightarrow \quad t = \frac{20{,}33}{0{,}021175} = 960{,}09\, min = 16\, horas$$

A partir de las 16 horas en el parking se paga 20,33 € hasta el final de la jornada.

Se puede entonces construir la correspondiente función a trozos que define la tarifa durante las 24 horas del día como:

$$f(t) = \begin{cases} 0{,}021175 \cdot t & 0 \leq t < 960 \\ 20{,}33 & 960 \leq t \leq 1440 \end{cases}$$

Que también se puede expresar en función del tiempo en horas como:

$$f(t) = \begin{cases} 1{,}2705 \cdot t & 0 \leq t < 16 \\ 20{,}33 & 16 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

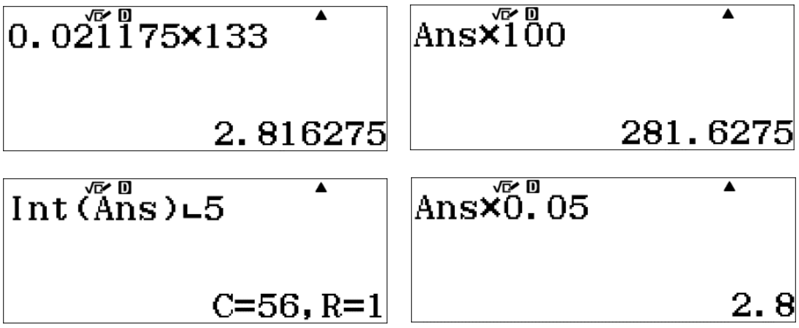
Se puede crear una clase donde compartir y ver los dos trozos de la función:

Se ven ahora qué operaciones realiza la máquina para indicarnos el precio que se debe pagar, si no admite ni devuelve monedas de 1 céntimo/€ ni de 2 céntimos/€.

Se realiza la siguiente secuencia:

- Se multiplica el resultado por 100
- Se realiza la división entera entre 5
- Se multiplica ahora por 5 y se divide entre 100 (multiplicar por 0,05)

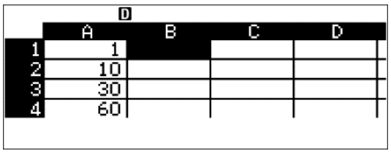
Se comprueba con el dato anterior de parking de 133 min:



En la hoja de cálculo se pueden generalizar estos cálculos para diversos tiempos, bien sea en minutos o en horas.

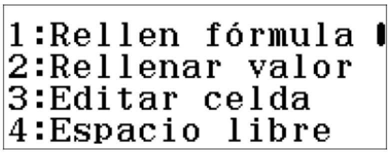
Para ello se va al Menú 8: Hoja de calculo.

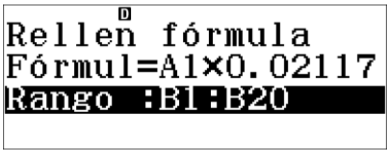
En la columna A se introducen diferentes valores para el tiempo (minutos en este caso)

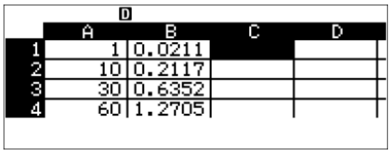


La columna B nos devuelve la tarifa que calcula la función $f(t) = 0{,}021175 \cdot t$

Para ello desde la tecla OPTN se selecciona la opción 1: Rellenar fórmula para rellenar las casillas deseadas.

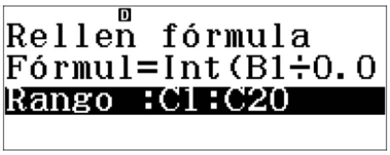


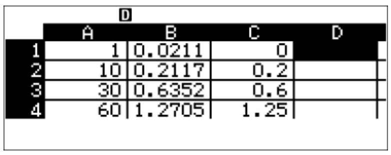




La columna C nos devuelve el importe ajustado que devuelve la máquina y que se simplificará con la fórmula siguiente:

$$Int(B1 : 0{,}05) \times 0{,}05$$





<u>3 – PRODUCTO FINAL:</u> Elaboración del video

- ¡Qué lio con las pizzas!

https://youtu.be/0bUlgRB1hT4

2º ESO. Operaciones y cálculo de porcentajes. Comparación de ofertas. Organización de la información y economía doméstica.

- ¿Y cuándo me compro la tableta?

https://youtu.be/EqWnH5Nfu5w

2º ESO. Comparación de descuentos.

- Rebajas de rebajas.

https://youtu.be/9GzeeivKEws

2º ESO. Descuentos sucesivos. Situaciones de anumerismo en las personas a la hora de realizar compras.

- No necesito Google Maps.

https://youtu.be/cxbIQCatJHE

4º ESO. Investigación sobre la geometría de La Tierra. Comparaciones entre las geometrías plana y esférica. Proporcionalidad y trigonometría.

- Contratiempos en la mudanza.

https://youtu.be/j33WY8nca-o

2º ESO. Teorema de Pitágoras. Funciones, facturas e impuestos.

- Códigos de barras estropeados.

https://youtu.be/vi8zs0mhgQo

2º ESO. Cálculo. Resolución de ecuaciones. Pensamiento computacional.

- Complicada elección del helado.

https://youtu.be/PStDKJpmUDk

3º ESO. Geometría. Cálculo de áreas y volúmenes.

- Pintamos un mural en el patio.

https://youtu.be/PStDKJpmUDk

3º ESO. Àreas y escalas.

- ¿En qué parking has dejado el coche?

https://youtu.be/b6P7E540iyM

3º ESO. Funciones a trozos.

<u>Canal de youtube :</u> ***INTEGRANT MATEMÀTIQUES***