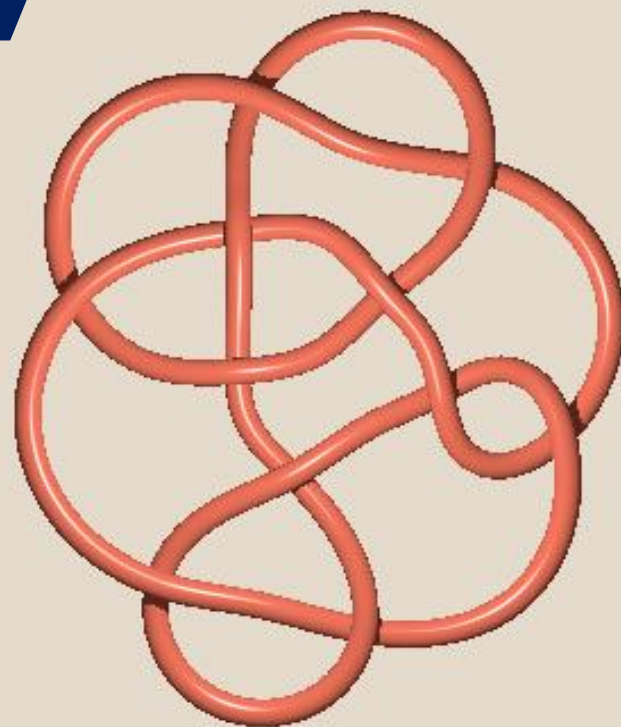


El mágico legado de John Conway

Pedro Alegría Ezquerro
José Muñoz Santonja



Pedro y Pepe

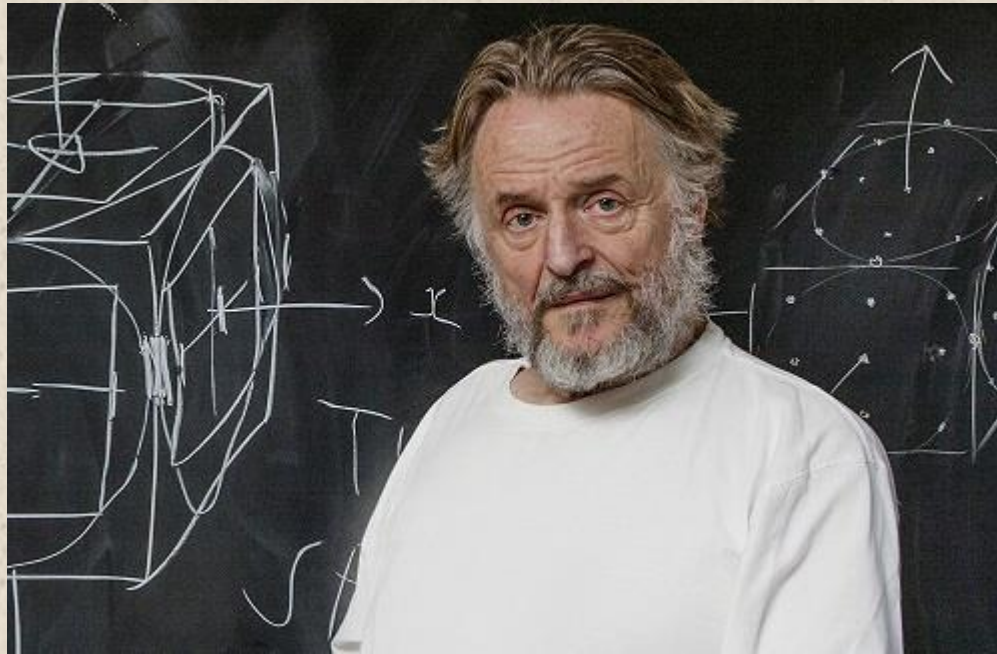


El mágico legado de John Conway



El polifacético John Conway

John Horton Conway nació en Liverpool, el 26/12/1937, y murió en New Brunswick (New Jersey) el 11/04/2020.



El mágico legado de John Conway



El polifacético John Conway

Puede ser considerado un polímata pues desarrolló sus investigaciones en una amplia variedad de áreas, profundizando y consiguiendo resultados notables en todas ellas.

Según el profesor de la Universidad de Stanford, Persi Diaconis, «*John Conway es un genio, capaz de pensar cualquier tema, con un verdadero sentido de fantasía. No es posible colocarle en un nicho matemático concreto.*»



El polifacético John Conway

Según Michael Atiyah, «Conway es el matemático más mágico del mundo entero.»



Quienes le conocían indican que estaba caracterizado por una imaginación desbordante, una inagotable curiosidad, una auténtica pasión por la divulgación y un gran entusiasmo por temas que trascendían el mundo matemático.



El polifacético John Conway

Basta ver sus amplias inquietudes sin más que citar aquellos campos en los que aportó resultados considerables. Al terminar la carrera en 1959 comenzó a investigar en **Teoría Algebraica de Números**, más tarde intentó profundizar, sin mucho éxito, en **Lógica matemática**, para a continuación dirigir sus inquietudes a la **Teoría de Grupos**.



El polifacético John Conway

También se adentró en la Inteligencia Artificial estudiando los **Autómatas Celulares**, lo que le llevó a descubrir uno de los resultados por los que es más famoso, «El juego de la vida».

Como curiosidad, destacar que en su época universitaria diseñó un prototipo de calculadora de casi dos metros de alto que funcionaba con agua. La llamó WINNIE (*Water Initiated Nonchalantly Numerical Integrating Engine*).



El polifacético John Conway



<https://nautil.us/this-early-computer-was-based-on-a-urinal-flush-mechanism-3485/>

El mágico legado de John Conway



El polifacético John Conway

Fue profesor de la Universidad de Cambridge y en 1986 se hizo cargo de la cátedra John Von Neumann en la Universidad de Princeton.

Siguió adentrándose en nuevas áreas como la Geometría y la Topología Geométrica.

Pero no solo en matemáticas, también dedicó su interés a la Mecánica Cuántica.



El polifacético John Conway

Aparte de lo anterior también se interesó por la **Física Teórica** y sobre todo por la **Teoría de Juegos Combinatorios**.

Llegó a desarrollar resultados que le crearon gran fama como el problema de las potencias quintas o los números surreales.



El polifacético John Conway

Lo que más nos interesa en este taller es sobre todo su aspecto de divulgador matemático y apasionado de las matemáticas recreativas.

Su objetivo era captar la atención con esos aspectos divulgativos para poder profundizar en las matemáticas.



Un apasionado de los juegos

Desde el principio, estuvo muy interesado por la teoría de juegos y la investigación en algunos de ellos.

En la universidad entretenía su ocio jugando al backgammon.

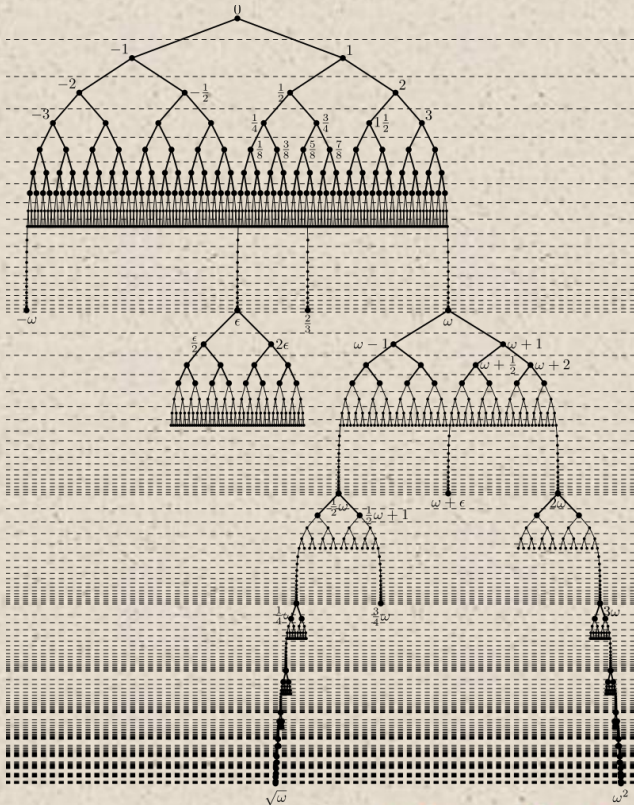


Foto de Pelham Wilson



Un apasionado de los juegos

En 1970, analizando las características del GO, llegó a la deducción de que ciertos juegos se comportaban como números, y eso le llevó a la creación de los números surreales.



Los números surreales forman un cuerpo ordenado que incluye a los números reales, los infinitos y los infinitesimales.

Conway los consideraba el mayor logro de su carrera.



Un apasionado de los juegos

Trabajó en muchos temas con el matemático Michael Guy, por ejemplo, en la enumeración de los politopos arquimedianos de dimensión 4.

En una tarde de lluvia, encontraron las 240 soluciones del Cubo Soma.

Además probaron que, salvo una, de cada una de las 239 soluciones se puede llegar de una a otra alterando la posición de no más de tres piezas.



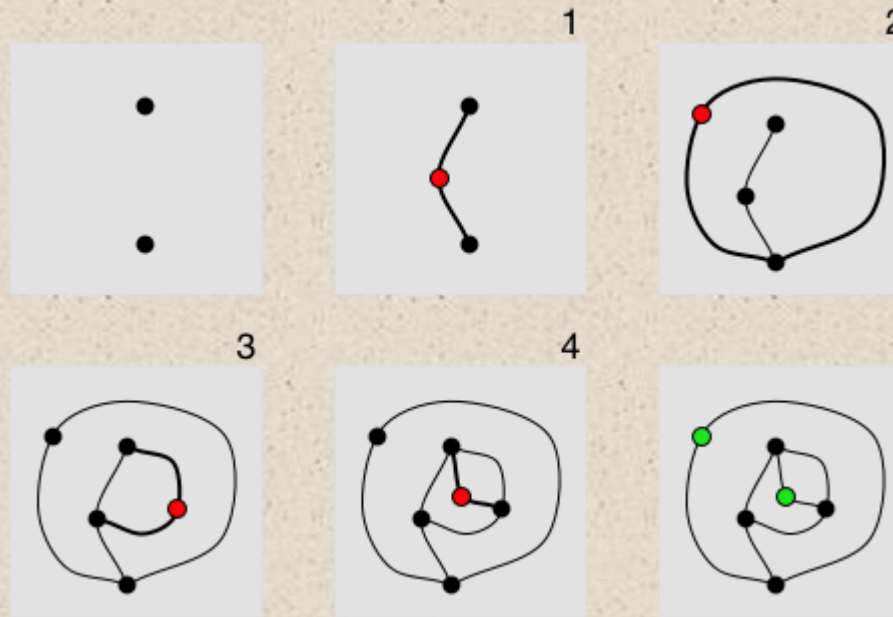
Un apasionado de los juegos

Uno de sus discípulos, Manjul Bhargava (Medalla Fields en 2014) comentaba de su trabajo con Conway: «aprendí rápidamente que el juego y el trabajo en matemáticas eran para él dos actividades estrechamente relacionadas, si no la misma actividad».



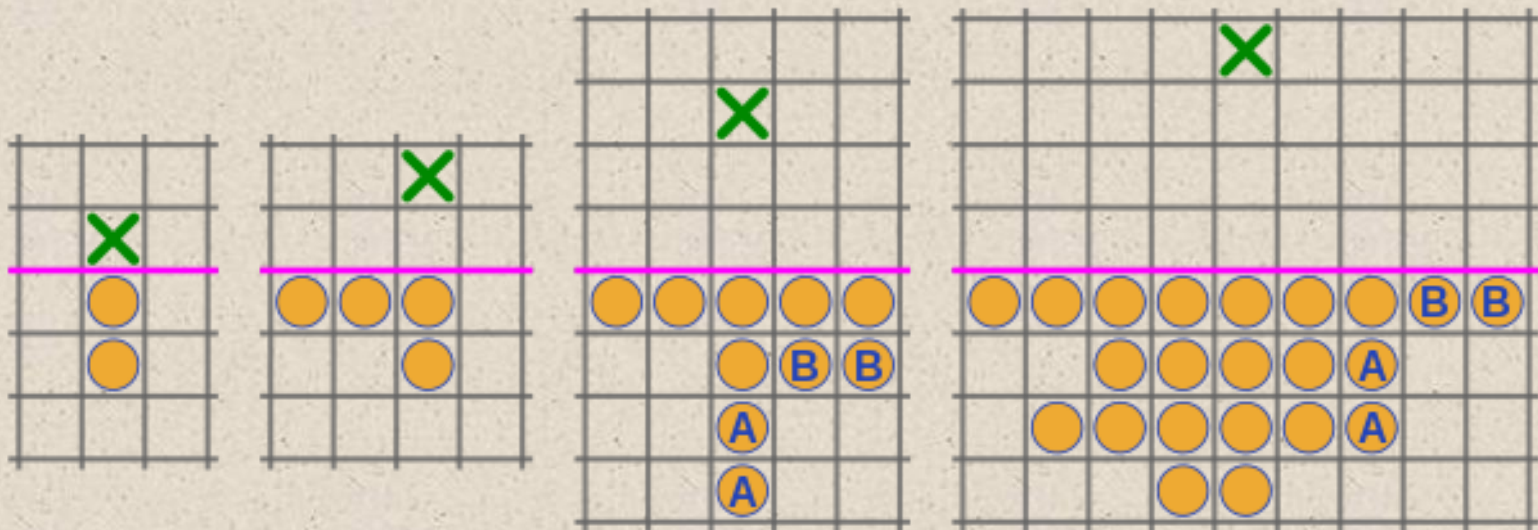
Un apasionado de los juegos

Conway creó varios juegos a lo largo de su vida. Uno de los más conocidos lo llamó ***Sprouts***, que se traduciría como Coles, aunque en España suele ser conocido como Brotes.



Un apasionado de los juegos

Otros juegos de su invención son el **Phutball** (juego para filósofos) o el solitario llamado **Soldados de Conway**.



Matemática recreativa

Conway ideó muchos problemas recreativos. A principios de los 60 planteó el acertijo de los magos.

La otra noche me senté en el autobús detrás de dos magos. Esta fue su conversación:

- Mago A: «Tengo un número entero no negativo de hijos, cuyas edades son números enteros no negativos, su producto es mi edad, y su suma el número del autobús.»
 - Mago B: «Aparte del número del autobús, no me das muchas pistas. Quizá si me dijeras tu edad y el número de hijos que tienes, yo podría averiguar las edades de tus hijos.»
 - Mago A: «No, no podrías.»
 - Mago B: «¡Ah! ¡Entonces ya sé tu edad!»
- ¿Cuál es el número del autobús?



Matemática recreativa

Un bloque de pasatiempos, que pasaron a ser problemas más complejos, lo forman sus sucesiones con nombre propio. Veamos una.

¿Cuál es el siguiente número de la siguiente sucesión?

1, 11, 21, 1211,

Conway la llamó *Look – and – say*, lo que podríamos llamar como *audioactiva*.

Se pueden crear otras sucesiones con la misma regla como la «aburrida» que es 22.



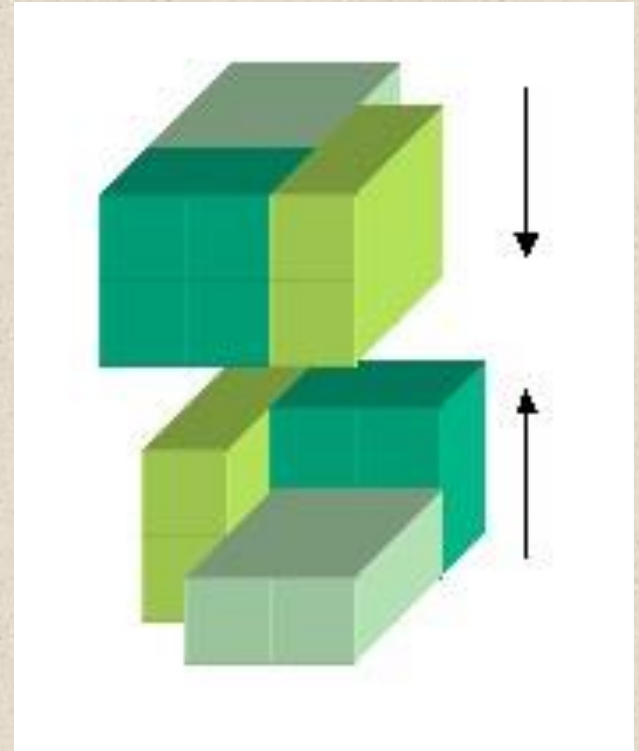
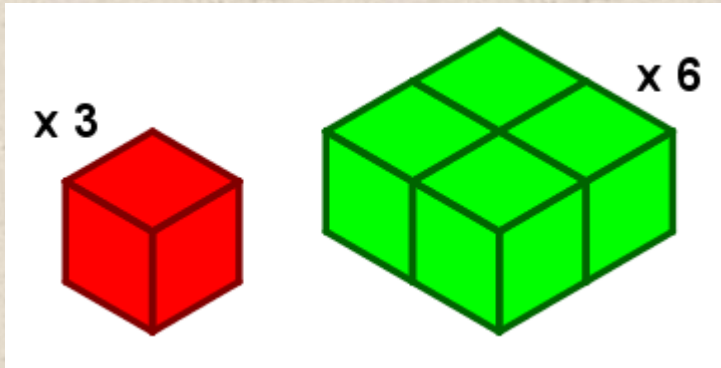
Matemática recreativa

Otra de sus propuestas fue una variante para cubos de $5 \times 5 \times 5$ del cubo de Slothouber – Graatsma, que lo propusieron para formar un cubo de $3 \times 3 \times 3$, que es la versión que os vamos a proponer aquí.



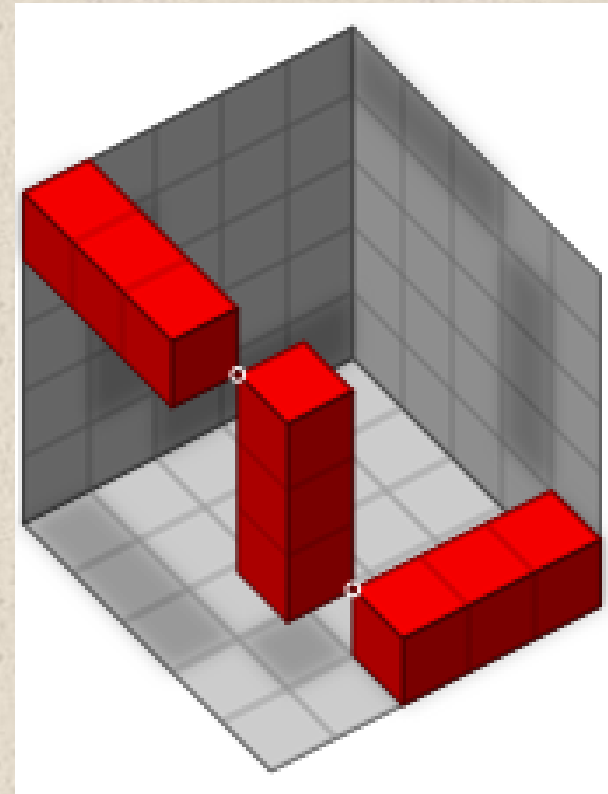
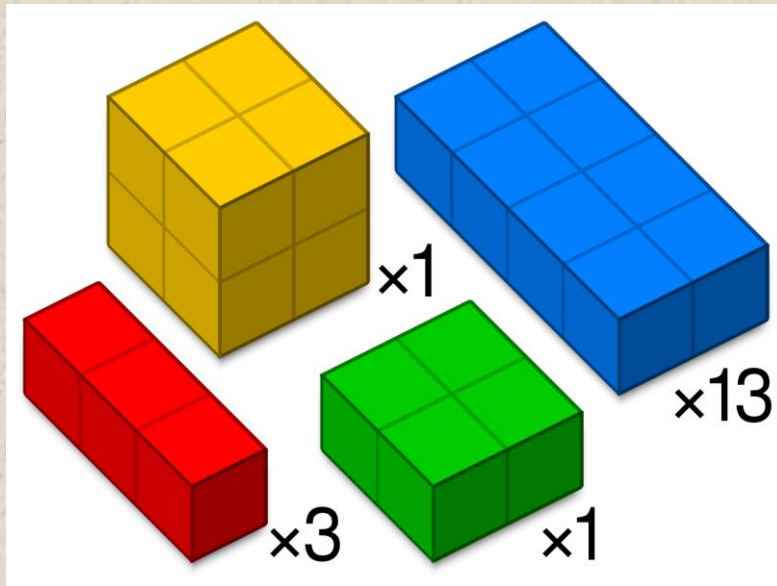
Matemática recreativa

Debes encajar seis piezas de $1 \times 2 \times 2$ y tres piezas de $1 \times 1 \times 1$ en un cubo de $3 \times 3 \times 3$.



Matemática recreativa

La versión que propuso Conway pedía encajar trece piezas de $1 \times 2 \times 4$, una pieza de $2 \times 2 \times 2$, una pieza de $1 \times 2 \times 2$ y tres piezas de $1 \times 1 \times 3$ en un cubo de $5 \times 5 \times 5$.



Combinatoria con cartas

John Conway era un apasionado de la magia.

No era extraño que en las reuniones sociales propusiera juegos, pasatiempos y retos. Por un lado, su pretensión era entretener a sus acompañantes, pero esas actividades le permitían profundizar en algún aspecto matemático que aprovechaba para divulgar en esas sesiones.

Vamos a ver una de sus creaciones con cartas.



Combinatoria con cartas

En muchas actividades utilizaba recuento, ordenación y combinatoria para crear sus trucos.

Vamos ahora a proponer una actividad. Vais a tomar un palo completo de una baraja y ordenar, adecuadamente, las 13 cartas para que, siguiendo el proceso que hemos visto antes, salgan ordenadas todas al finalizar el proceso. Al deletrear llamaremos JOTA a la J, DAMA a la Q y REY al K.

No vamos a utilizar comodines.



Combinatoria con cartas

El orden en el que deben quedar las cartas para que salga el truco es el siguiente.



Combinatoria con cartas

**Siguiendo en la misma línea,
planteamos otra actividad.**

**¿Qué otra propuesta de deletreo
propondrías para ordenar las
cartas?**



Combinatoria con cartas

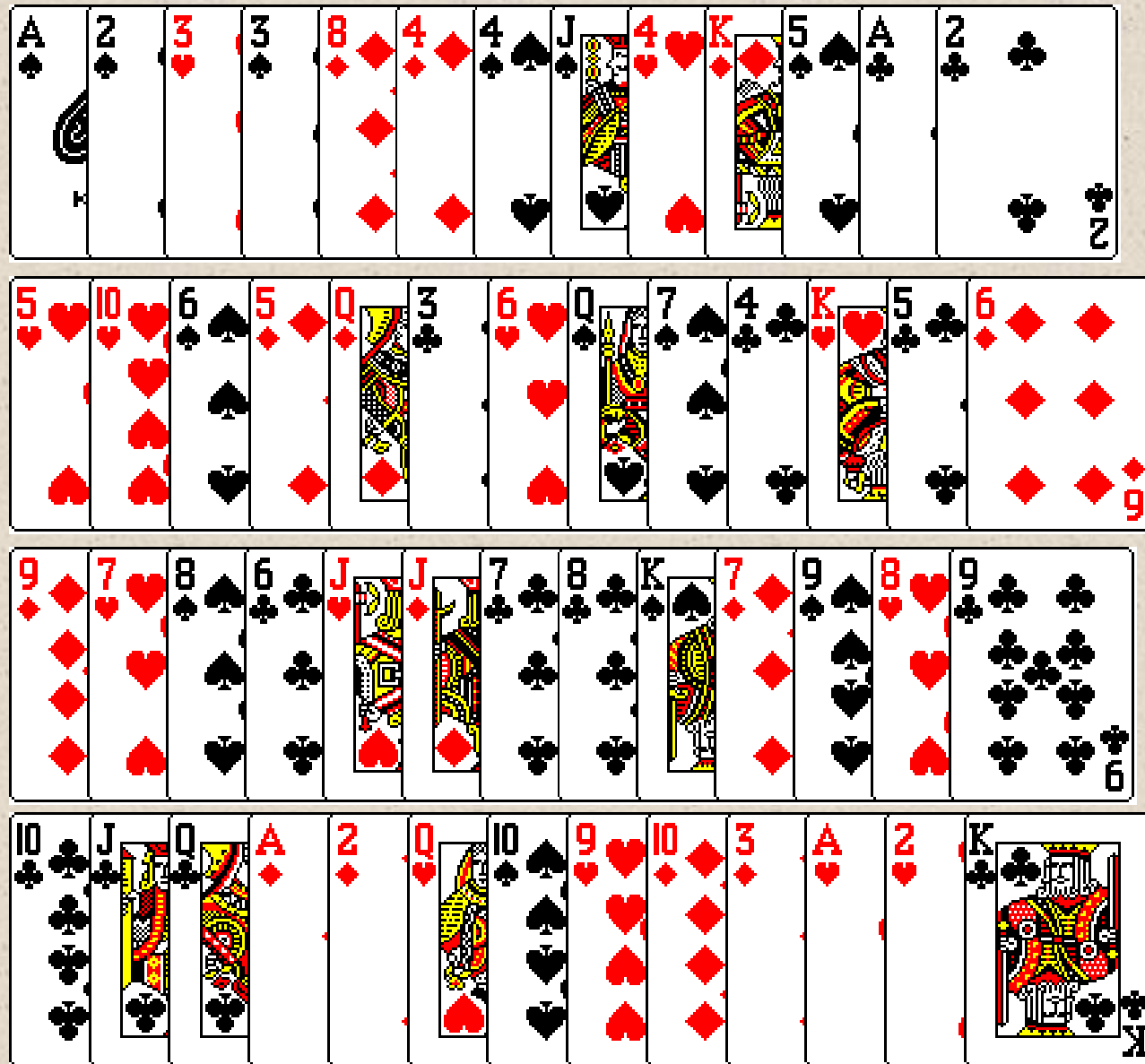
Siguiendo los pasos de Conway, hay otras propuestas de ordenación de cartas para que, mediante el deletreo, salgan ordenadas oportunamente las cartas.

Una de las más impactantes fue propuesta por Alexander Kraus.

Ordena la baraja completa según el siguiente patrón.



Combinatoria con cartas



El mágico legado de John Conway



Combinatoria con cartas

Sigue ahora los siguientes pasos:

1. Gira la primera carta y déjala sobre la mesa: As de Picas.

2. Gira la siguiente y déjala sobre la mesa: Dos de Picas.

3. Como es un dos, pasa una carta de arriba abajo y gira la siguiente, dejándola sobre la mesa: Tres de Picas.

4. Como es un 3, pasa dos cartas de arriba abajo y gira la siguiente, dejándola sobre la mesa: Cuatro de Picas.

5. Como es un 4, pasa tres cartas de arriba abajo y gira la siguiente, dejándola sobre la mesa: Cinco de Picas.



Combinatoria con cartas

Sigue ahora los siguientes pasos:

- 6. Repite la misma operación, pasando tantas cartas de arriba abajo como el valor de la última carta girada, excepto la última, que se gira y se deja sobre la mesa. Así irán apareciendo todas las cartas, en orden, de los palos de picas, corazones y rombos.**
- 7. Por último, gira todas las cartas de la mano y aparecen en orden todas las cartas del palo de tréboles.**



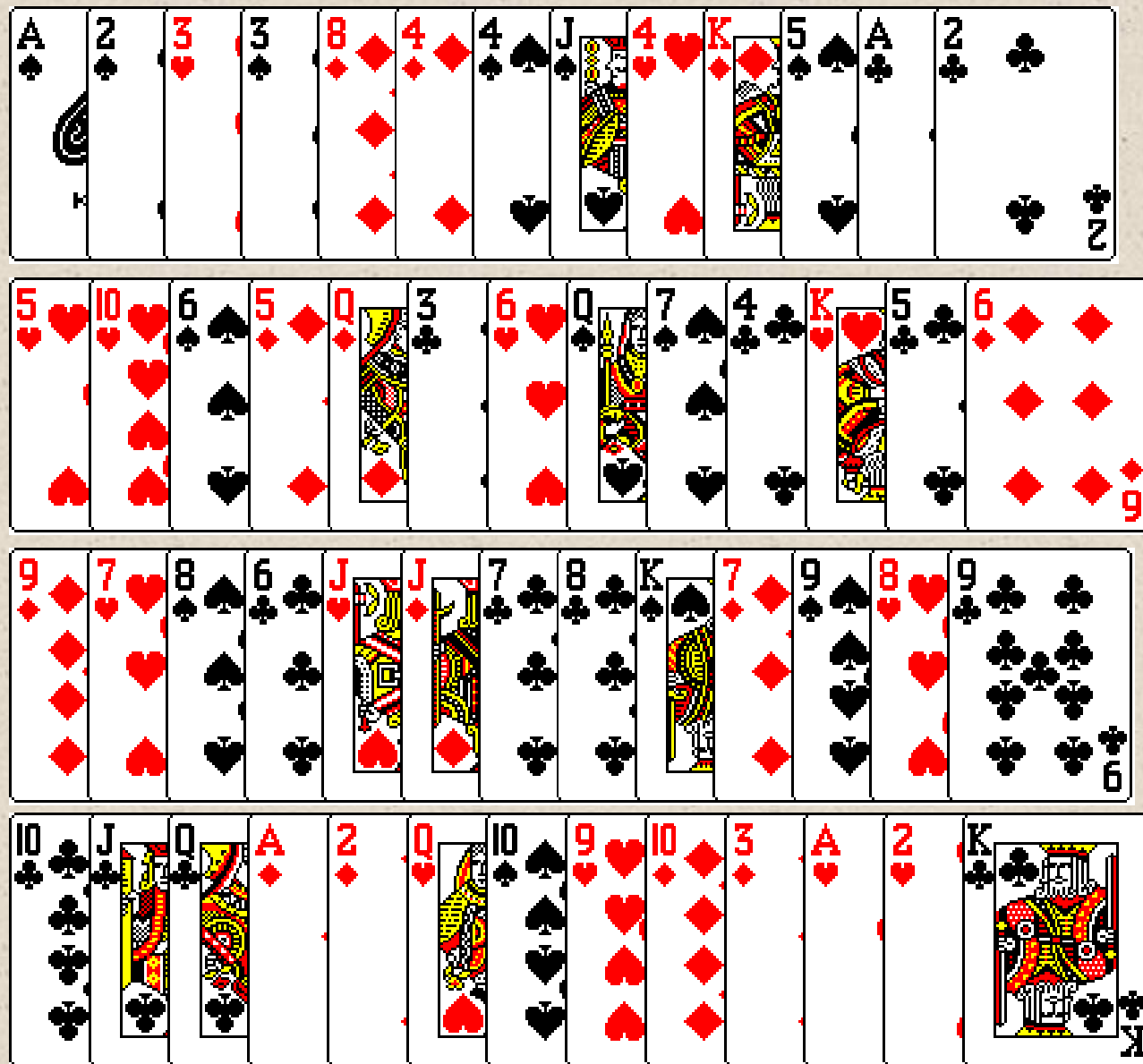
Combinatoria con cartas

En el año 1957, Alexander Kraus, publicó en la revista de magia «Ibidem» una propiedad que él llamó *Suma total*.

Para ello, se distribuyen las cartas como en la actividad anterior y se siguen una serie nueva de pasos.



Combinatoria con cartas



El mágico legado de John Conway



Combinatoria con cartas

Realiza los siguientes pasos:

- **Corta para dejar el 3P como carta superior.**
- **Deja sobre la mesa, cara arriba, la primera carta.**
- **Deja en un segundo montón, contando cara abajo y una por una, tantas cartas como el valor de la última carta cara arriba (el as vale 1, la J vale 11, la Q vale 12 y la K vale 13). Como se trataba de un tres, reparte tres cartas en un montón. Gira cara arriba la carta superior de dicho montón.**



Combinatoria con cartas

- Repite la operación formando un tercer montón que tiene tantas cartas como el valor de la última carta cara arriba y gira la última carta de ese montón.
- Al terminar de repartir todas las cartas, suma los valores de las cartas que están cara arriba.

El resultado debe dar 52.

Igual al número de cartas de la baraja.



Combinatoria con cartas

El mismo resultado se obtiene si se empieza colocando como carta superior el 4P, 5P, ..., 10P. La razón es que dichas cartas forman un ciclo al ser las únicas que se giran cara arriba durante el proceso descrito.

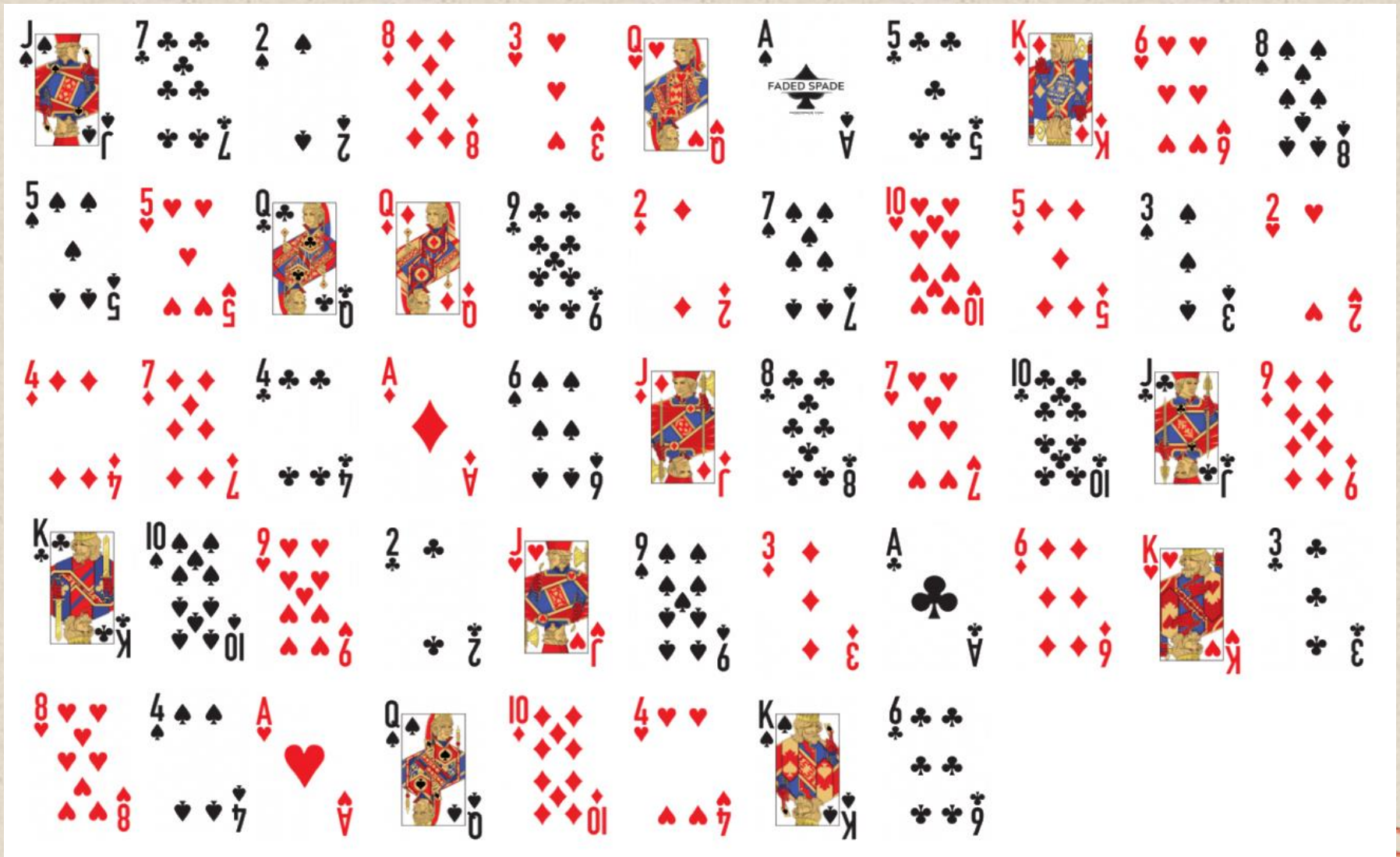


Combinatoria con cartas

En 1970, el Principio de Kraus se convirtió en el Principio de Kruskal, cuando el físico y matemático Martin Kruskal (1925 – 2006) lo modificó para crear un método de adivinación de una carta merced a un camino pseudoaleatorio que converge a un punto concreto de la baraja.



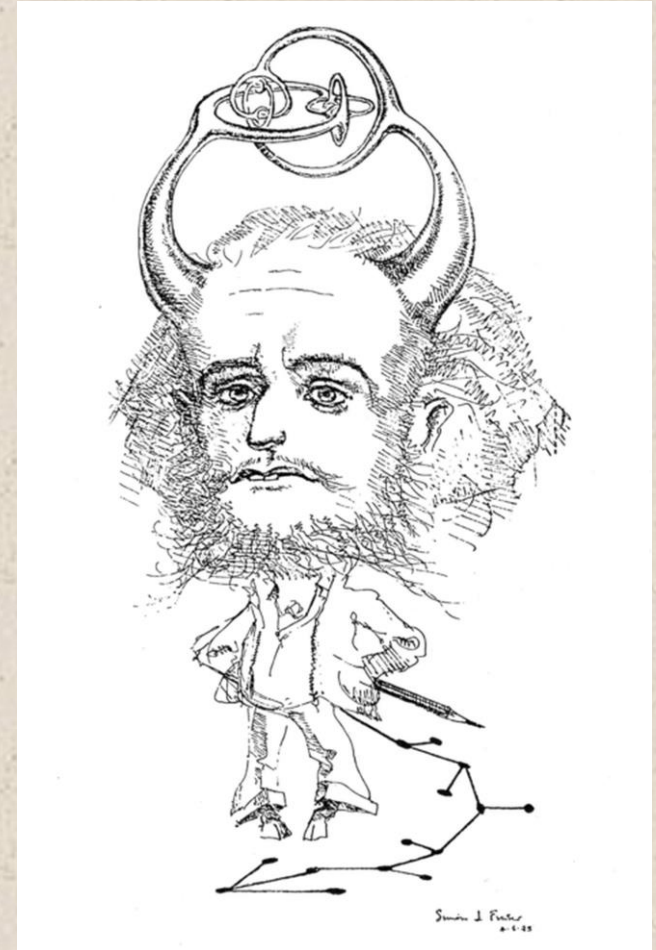
Combinatoria con cartas



Nudos y bailes

Otro de los aspectos más trabajados por Conway fue la topología y en concreto la teoría de nudos, en la que descubrió grandes resultados.

En la caricatura aparece coronado por una esfera cornuda de Alexander, con propiedades contraintuitivas.



Caricatura de Conway
por Simon Fraser



Nudos y bailes

Entre sus resultados podemos reseñar:

- **El polinomio de Alexander – Conway que asocia un polinomio con coeficientes enteros a cada nudo.**
- **Un sistema de notación para tabular nudos llamada Notación de Conway.**
- **Además clasificó 2977 nudos con 13 cruces o menos.**

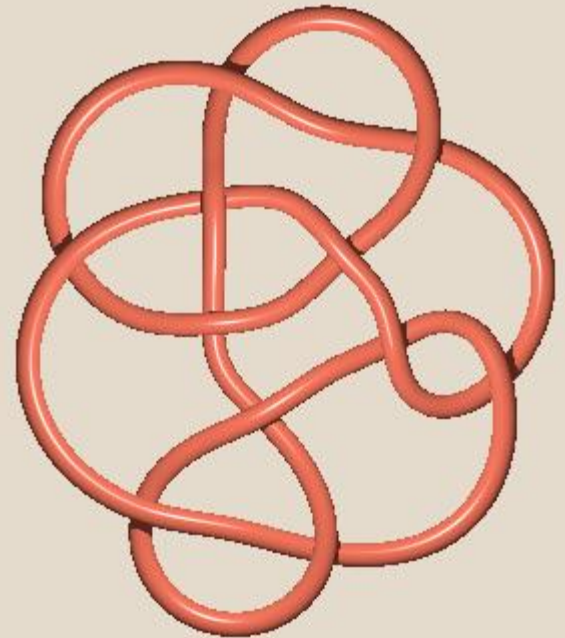


Nudos y bailes

Solamente hubo un nudo con 13 cruces que no consiguió clasificar y que recibe el nombre de Nudo de Conway.

En 1970, Conway planteó la duda de si ese nudo sería *slice*.

Hasta 2020 no fue demostrado que no lo era por la alumna de doctorado Lisa Piccirillo.



Nudos y bailes

Pero nosotros, en este taller, vamos “a bailar” con una de las creaciones de Conway.

Al estudiar la construcción de nudos, Conway estudió los entrelazados racionales llegando a la conclusión que dos de ellos son topológicamente equivalentes si y solo si tienen la misma fracción asociada.



Nudos y bailes

Para llevar este resultado al público en general inventó un juego llamada “rational tangle dance” con el que el alumnado de niveles básicos de la enseñanza podían aprender las operaciones básicas con fracciones de una forma lúdica.

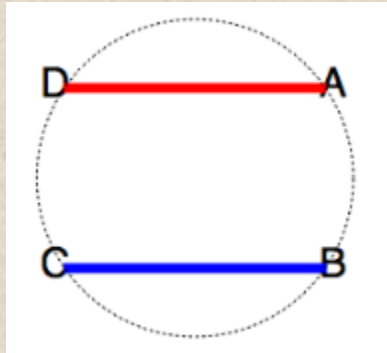


Nudos y bailes

Explicuemos el juego.

Participan 4 personas (A, B, C y D) que ocupan cuatro posiciones cardinales NE, SE, SO y NO.

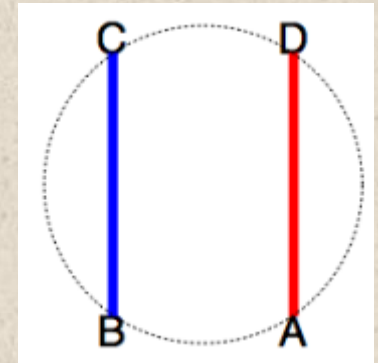
Las dos personas del norte y las dos del sur sujetan una cuerda como se ve en la imagen, que sería la posición inicial.



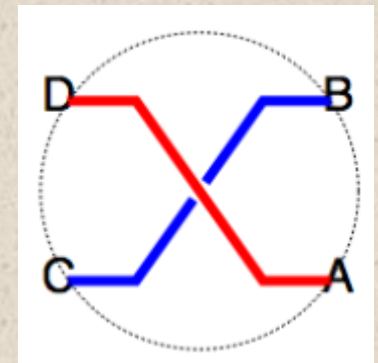
Nudos y bailes

Existen solamente dos movimientos permitidos:

ROTACIÓN: cuando las cuatro personas realizan un giro de 90° en sentido horario, quedando como la imagen siguiente.



CRUCE: cuando se intercambian entre sí la posición de las dos personas que estén en el ESTE, de forma que la persona en NE pasa su cuerda por encima de la persona en SE. Queda así la posición



Nudos y bailes

La genialidad de Conway consistió en asociar a cada posición del juego una fracción.

La posición inicial lleva asignado el valor 0, valor que se modificara al aplicar los movimientos anteriores.

El problema que se plantea, una vez anudadas las cuerdas, es cuál debe ser la sucesión de pasos para volver a la posición inicial con las cuerdas no enlazadas, es decir, con valor 0.



Nudos y bailes

Es fácil ver que los dos movimientos no son conmutativos.

Los movimientos permitidos se convirtieron en dos aplicaciones con los siguientes valores asignados.

$$R(n) = -1/n$$

$$C(n) = n+1$$



Nudos y bailes

Una vez que hemos visto los ejemplos anteriores, vamos a invitaros a “bailar” a todos formando grupos de 5 personas. Cuatro bailan y la quinta lleva los cálculos.

Vamos a comenzar “entrelazándonos” con los siguientes movimientos

C C C R C C C R

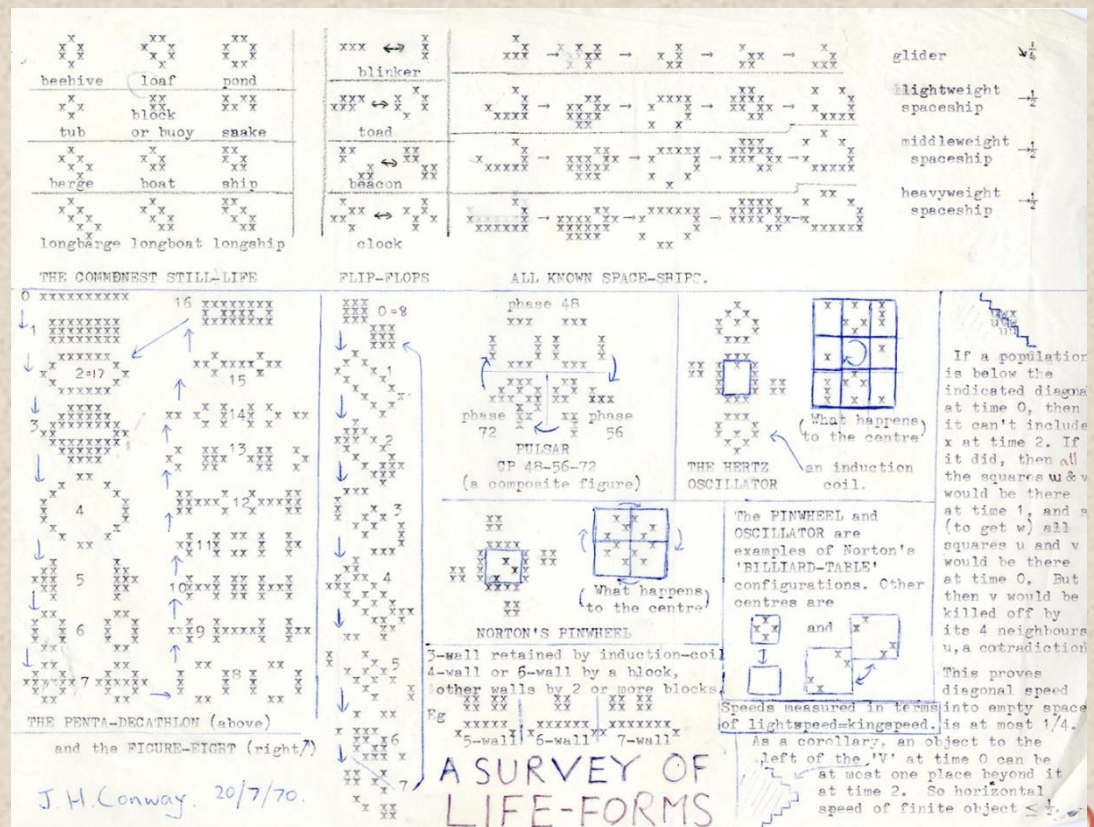
Ahora a estudiar los movimientos para deshacer el nudo.



El juego de la vida

Sin duda, el juego por el que es más conocido John Conway es el conocido como “Juego de la vida”, creado en 1970.

Conway lo definió como un “juego para 0 jugadores” y consiste en un autónoma celular que reproduce un ejemplo simple de vida artificial.

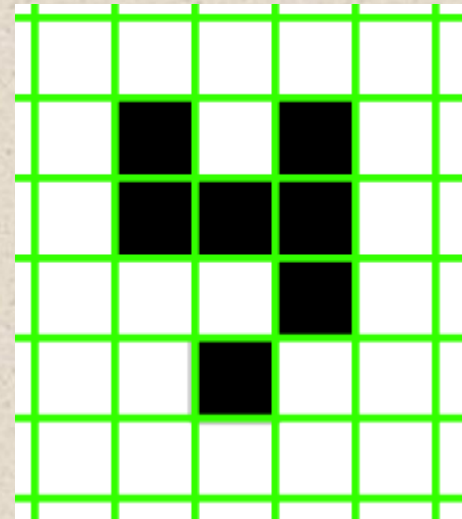


El mágico legado de John Conway

El juego de la vida

Se juega sobre una cuadrícula infinita donde cada una de sus casillas representa una célula que puede estar en dos estados: muerta (en blanco) o viva (en negro).

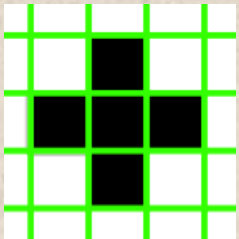
Toda célula está rodeada por otras 8 células, vivas o muertas.



El juego de la vida

Las reglas de este juego son las siguientes:

- 1) Una célula viva que alrededor tenga menos de 2 células vivas muere por aislamiento.**
- 2) Una célula viva con 2 o 3 células vecinas vivas, permanece viva.**
- 3) Una célula viva con más de 3 células vivas alrededor muere por sobrepoblación.**
- 4) Una célula muerta con exactamente 3 células vecinas vivas nace y, en el siguiente turno está viva por reproducción.**



El juego de la vida

Veamos una explicación más detallada.



El mágico legado de John Conway

**Muchas gracias
por vuestra
activa
participación.**