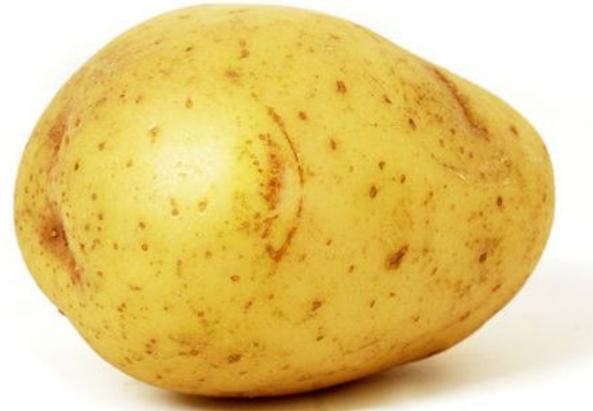


JAEM 20

Matemáticas para
construir el mundo

Taller:
¡Las matemáticas
también se comen!



¿Cómo llegamos aquí?

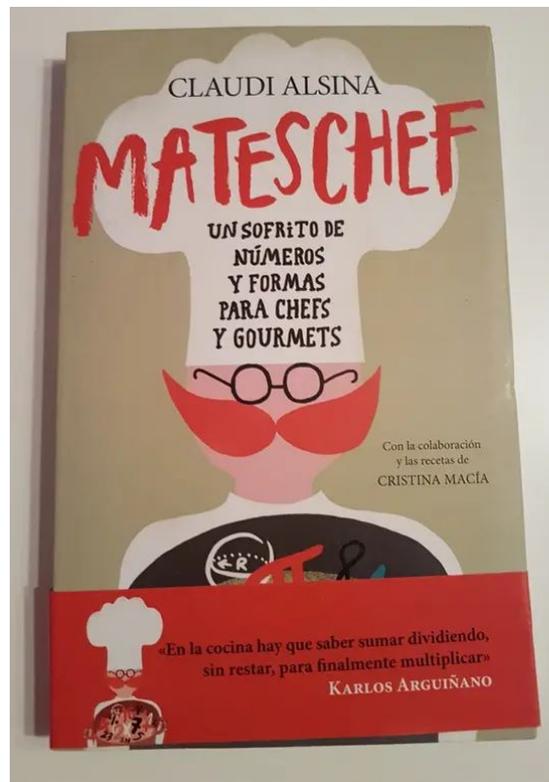
Profesores de
matemáticas

VS

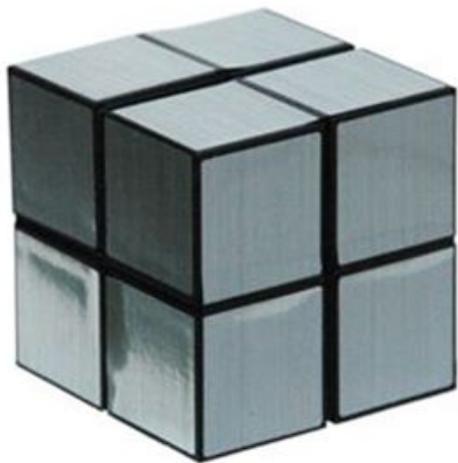
Cocineros
aficionados

¿Cómo unificar estas dos pasiones?

Mateschef: Un sofrito de números y formas para chefs y gourmets (Claudi Alsina)



Proyectos matemático-culinarios



¿Cómo empieza?



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Facultat de Matemàtiques
i Informàtica

Último día de clase de la asignatura
Didáctica de las Matemáticas

“Coca en proporciones irracionales”



“Coca en proporciones irracionales”

Rectángulo cordobés $r = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{2}} \approx 1,307$

Rectángulo DIN $r = \sqrt{2} \approx 1,414$

Rectángulo áureo $r = \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618$

Rectángulo de plata $r = 1 + \sqrt{2} \approx 2,414$

Fases de preparación del proyecto

- **Fase 0:** Punto de salida (Motivación y reto)
Motivación: Uala (Sílvia), Magnífico (Anton), Ostras que guapo (Sergi), ¡Qué pasada! (Anna)
Reto: ¡Esto lo tengo que aprender!
- **Fase 1:** Documentación (Investigación)
Procesos, mejores ingredientes, utensilios, contraste de recetas y adaptaciones,...
Contenido matemático a trabajar
- **Fase 2:** Técnica
Documentación
Pruebas
- **Fase 3:** Práctica cogiendo el modelo inicial
“Antes de llevarlo a clase te han de salir llagas en los dedos de tanto practicar” (Jordi Font)
Retos semejantes encontrados en la fase de documentación y reaprovechamiento.

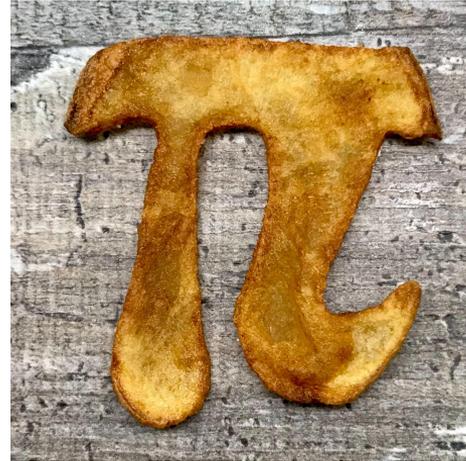
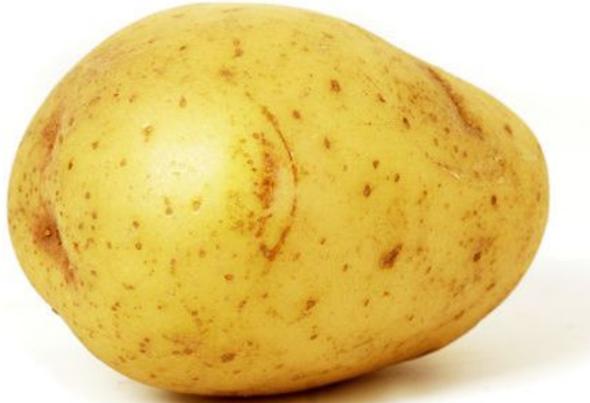
Fases de preparación del proyecto

- **Fase 4:** Propuesta personal/Evolución (¡Hacemos matemáticas!)
- **Fase 5:** Más pruebas
Ciclo de actividades experimentales (Anton Aubanell):
Experimentación, Descubrimiento, Conceptuación y Demostración
- **Fase 6:** Propuesta definitiva y documentación
Dejar rastro
- **Fase 7:** Presentación y mejora
- **Fase 8:** Aplicación didáctica (adaptada según posibilidades)

Proyecto patata diamante...



Recurso = material + actividad (Anton Aubanell)



¡Es la mirada del profesor quien crea el recurso!

La patata (La Trinca, álbum “Opus 10”, 1976)



<https://youtu.be/p7QXHkurzNw>

Según los principios de la evolución venimos del mono, ¡vaya aberración!

Passsa con el Darwin tanto dar la lata si el hombre viene de la patata (2).

Esta teoría es incuestionable, lo de la patata es un hecho palpable.

Como la patata, del polvo nacemos y a él regresamos siempre que podemos.

La piel se le arruga al tubérculo viejo, también con lo años nos cuelga el pellejo.

y cuando se arruga resulta fatal que ya no lo arregla ni el Gerovital.

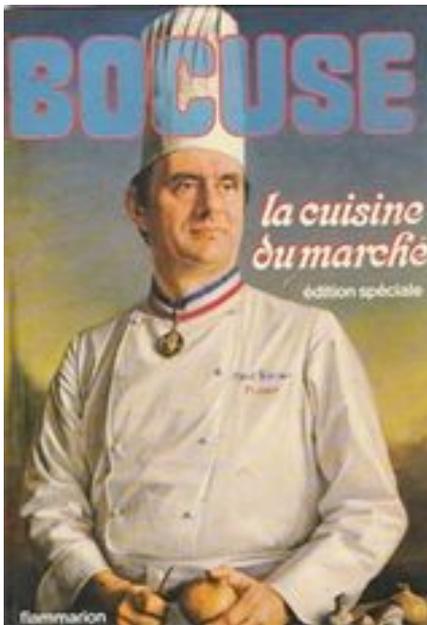
Passsa con el Darwin tanto dar la lata si el hombre viene de la patata (2).

Patatín-patatán
patata-patatona
patatín-patatán.

...

Fase 0: Motivación y reto

¿Cómo empieza? Patatas soufflé



Receta:

La cuisine du marché (1980)

[Paul Bocuse](#)

[Bocuse d'Or](#)

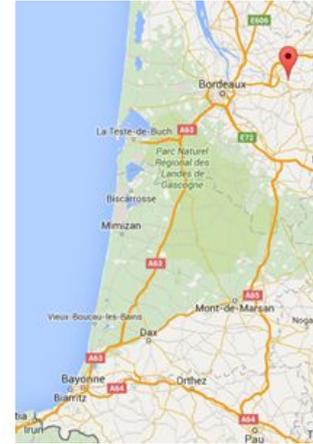
Concurso internacional
de cocina, desde 1987



Patatas diamante



Philippe Etchebest



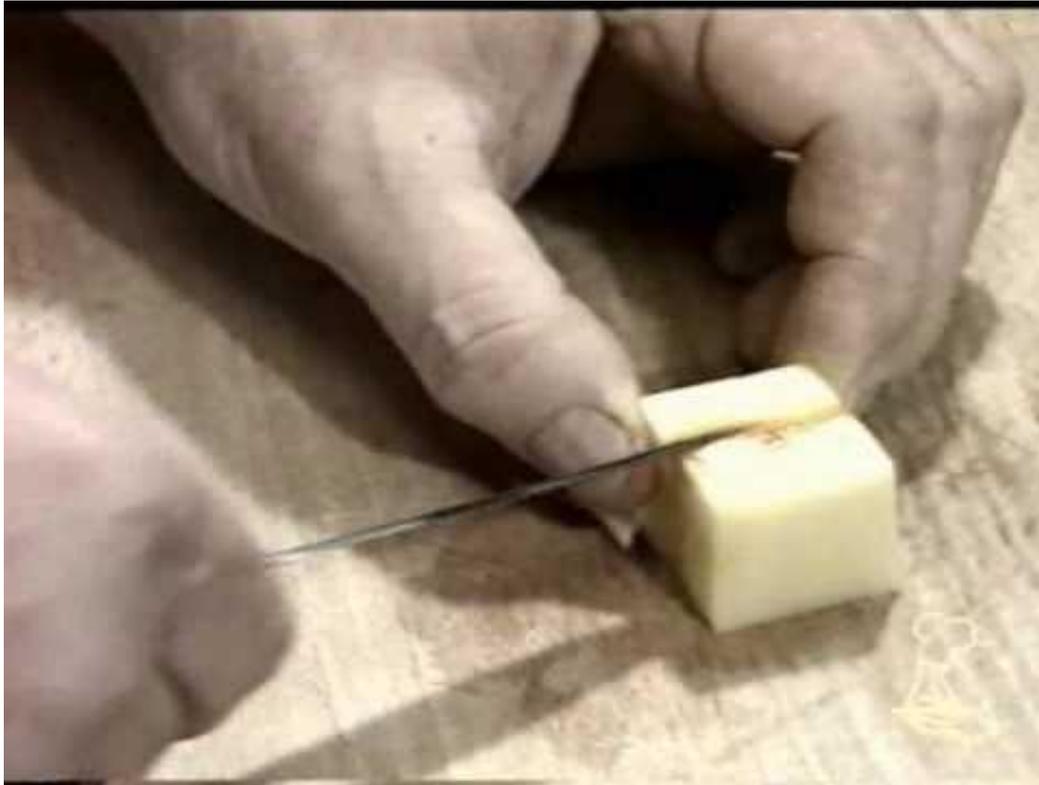
Fue designado el mejor artesano de Francia en el año 2000.

Obtuvo dos estrellas Michelin en su restaurante [*l'Hostellerie de Plaisance*](#) en [*Saint-Émilion*](#) en [*Gironde*](#) (en la región de Aquitania) el 2008.

Es el presentador de [*Cauchemar en cuisine*](#) en el canal M6 de la televisión francesa.

*En el último capítulo de Top Chef Francia 2013 se propone a los concursantes hacer patatas de cinco maneras diferentes y el chef Philippe Etchebest presenta la **pomme de terre diamant**.*

Pomme de terre diamant



<https://youtu.be/n4xUWELbGt4> (Serge Lena)

Fase 1: Documentación

Documentación culinaria

- Tipos de corte de patatas
- Vídeos explicativos de la técnica utilizada y propuestas relacionadas
- Utensilios adecuados (¿Tipos de cuchillo?)
- Variedad de patatas adecuadas (Agria, Kennebec, Monalisa,...)
- Técnica de Cocción (2 momentos: Lenta a 150°C por inmersión y rápida final a 180°C)

Cocina profesional: diferentes cortes de patatas

Paja (5 cm x 1 mm x 1 mm)

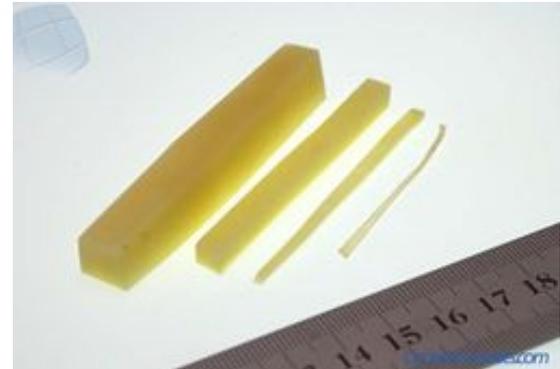
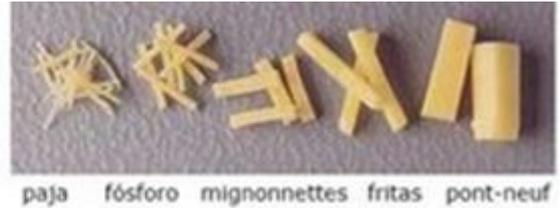
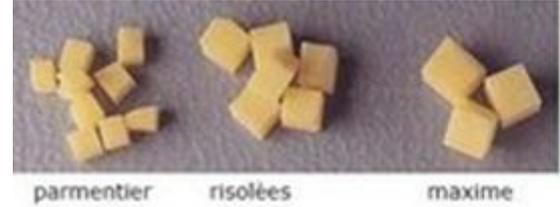
Allumettes (6 cm x 3 mm x 3 mm)

Mignonettes (6 cm x 5 mm x 5 mm)

Pont-Neuf (8 cm x 1 cm x 1 cm)

Petit carré, carré i gros carré (cubo de arista de 1 cm, 1,5 cm y 2 cm respectivamente)

...

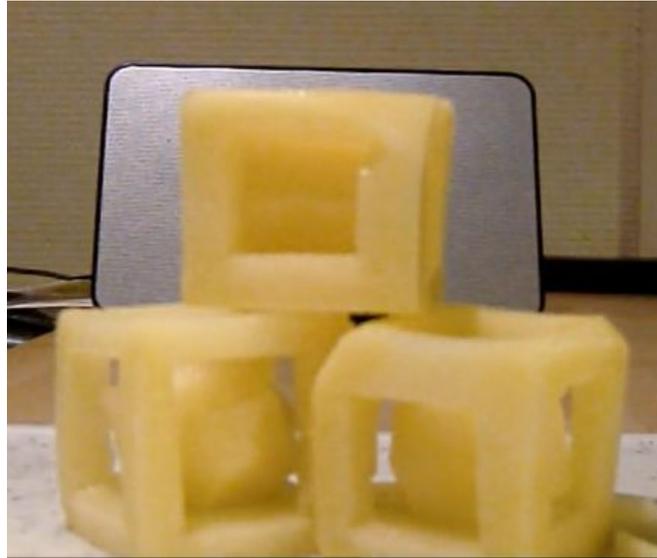


Pomme de terre diamant



<https://youtu.be/YtdU8Fj8N40> (Erwan Garel)

Pomme en cage



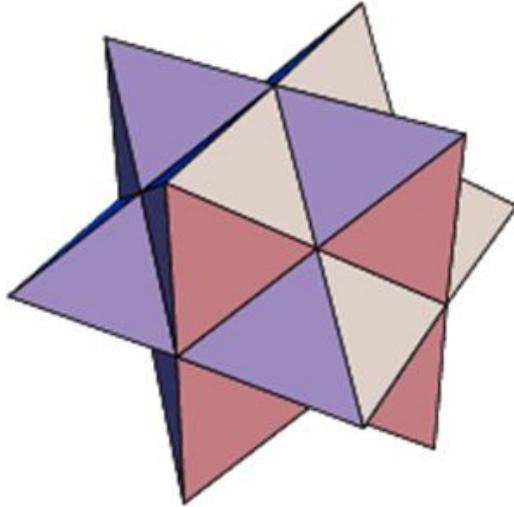
<https://www.dailymotion.com/video/xifp9p> (Chef Simon)

Documentación matemática

- Tipo de poliedro
- Propiedades
- Construcciones
- Actividades relacionadas

Dodecaedro Rómbico Estrellado

Primera estelación del Dodecaedro Rómbico

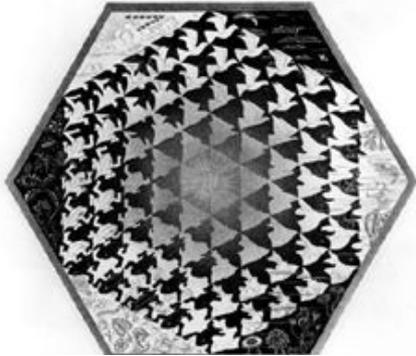


También conocido como
Sólido de Escher

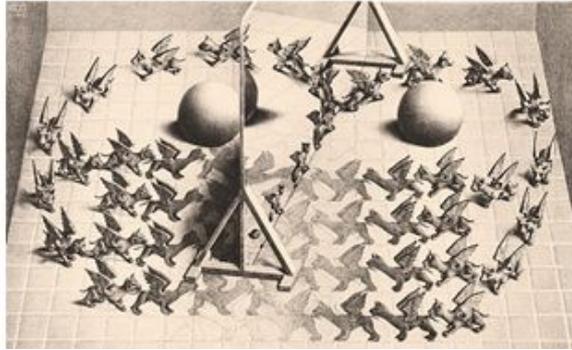
Maurits Cornelis Escher (1898-1972)

Artista neerlandés famoso por sus grabados, litografías y ilustraciones a tinta, que representan construcciones imposibles, exploraciones del infinito y teselaciones

<https://mcescher.com/>



Verbum (1942)

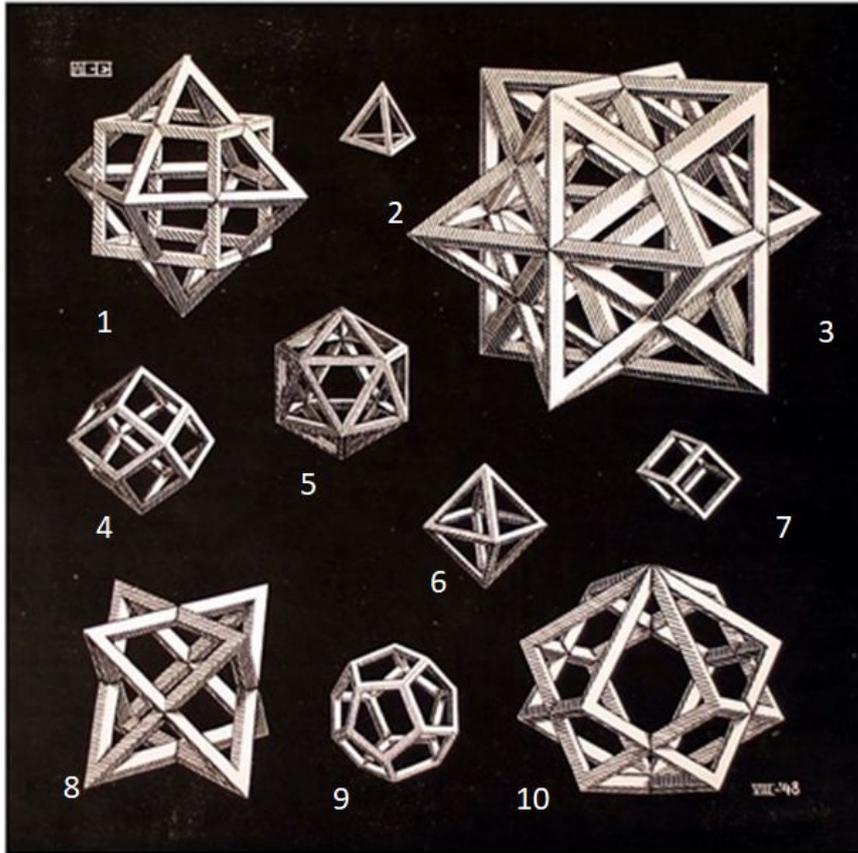


Magic Mirror (1946)



Sphere Spirals (1958)

Study of stars (1948)



1. Composición del Octaedro Regular y el Cubo.

2. Tetraedro Regular.

3. Dodecaedro Rómbico Estrellado.

4. Dodecaedro Rómbico.

5. Icosaedro Regular.

6. Octaedro Regular.

7. Cubo.

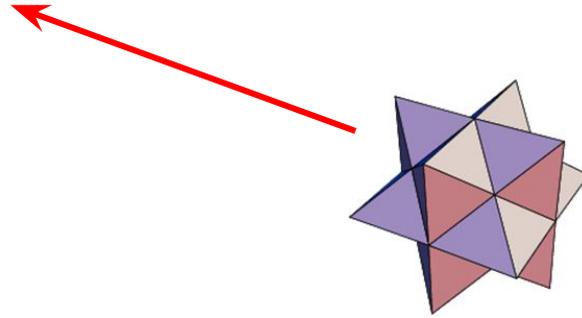
8. Composición de dos Tetraedros Regulares o Estrella Octángula.

9. Dodecaedro Regular.

10. Composición de dos Cubos.



Waterfall (1961)

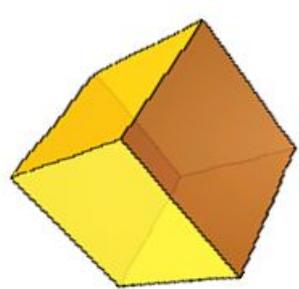


El Dodecaedro Rómbico Estrellado se puede conseguir como la composición de tres octaedros no regulares.

Lady Kumiki, Óleo sobre madera de Carles Gomila

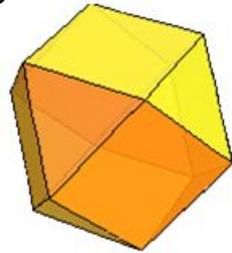


Recorrido para llegar al Dodecaedro Rómbico Estrellado



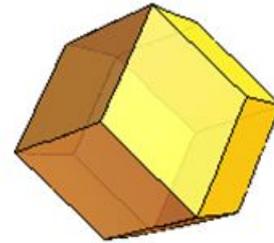
Cubo
Sólido Platónico

Truncamiento



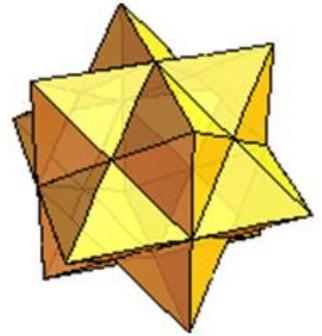
Cuboctaedro
Poliedro Arquimediano

Dualidad



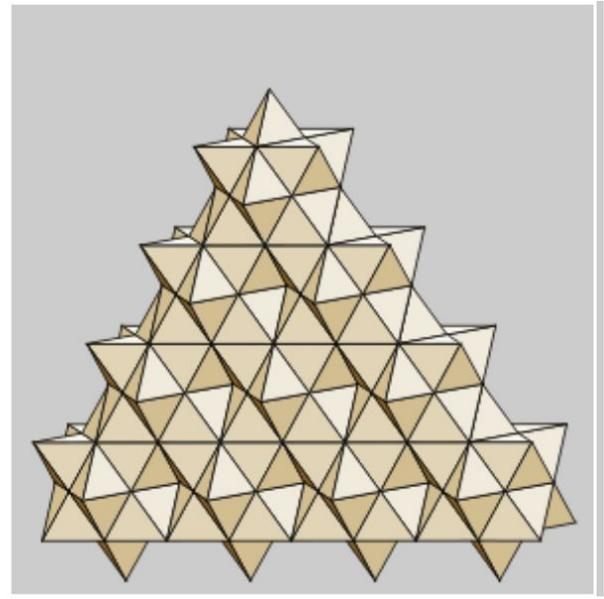
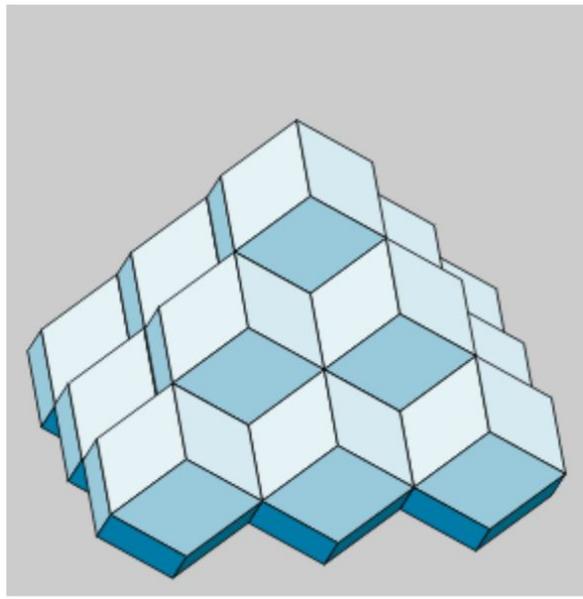
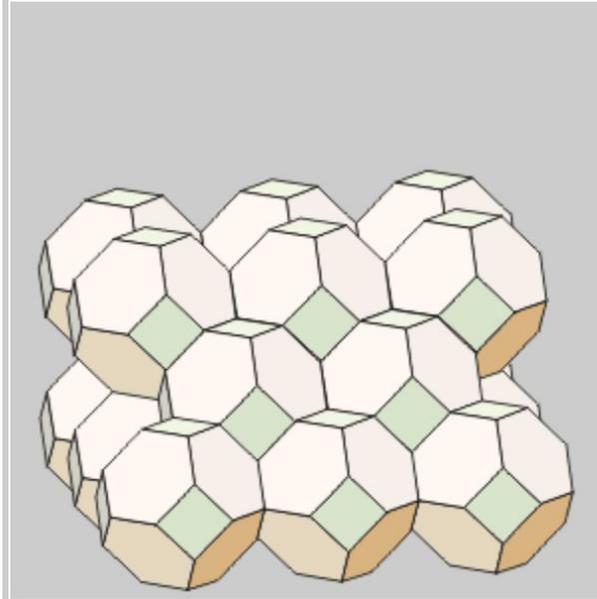
Dodecaedro Rómbico
Sólido de Catalan

Estelación



Dodecaedro Rómbico
Estrellado
Sólido de Catalan Estrellado

Teselaciones en el espacio



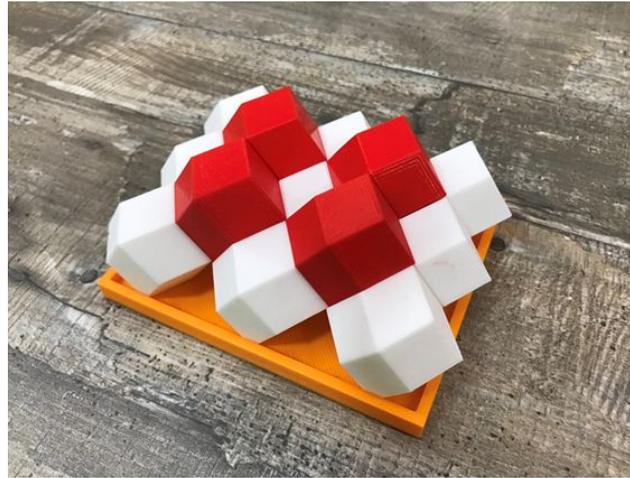
El Octaedro Truncado, el Rombidodecaedro y el Rombidodecaedro Estrellado son poliedros que teselan el espacio.

<http://www.pauloporta.com/Xeometria/poliedros/teselado/eteselado.htm>

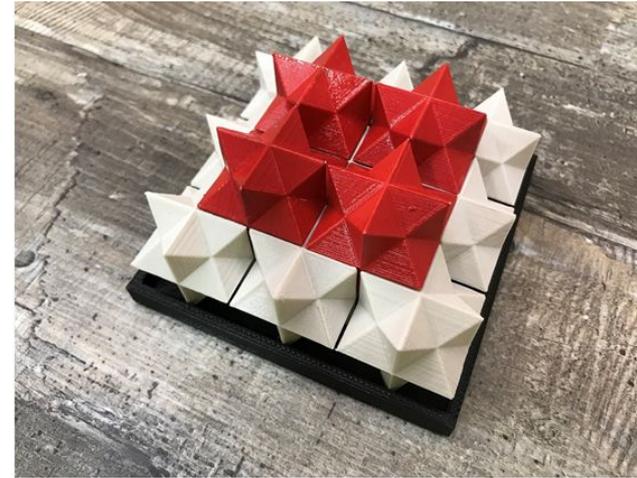
Teselaciones del espacio (Impresión 3D)



Octaedro truncado



Rombidodecaedro



Rombidodecaedro estrellado

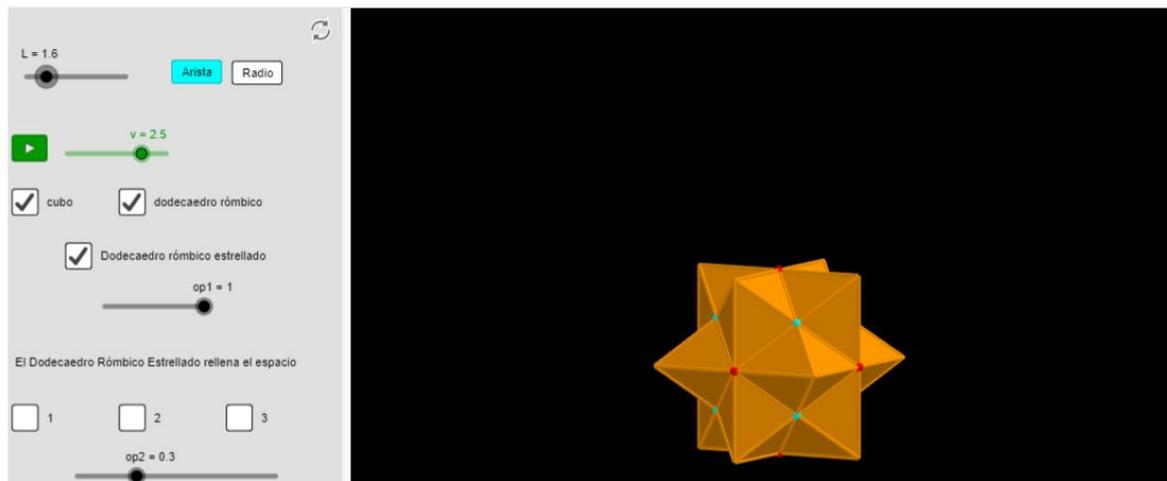
Campaña: [Impresión 3D y matemáticas](#) (Creamat)

Dodecaedro rómbico estrellado (Jose Manuel Arranz - GeoGebra)

Autor: Jose Manuel Arranz

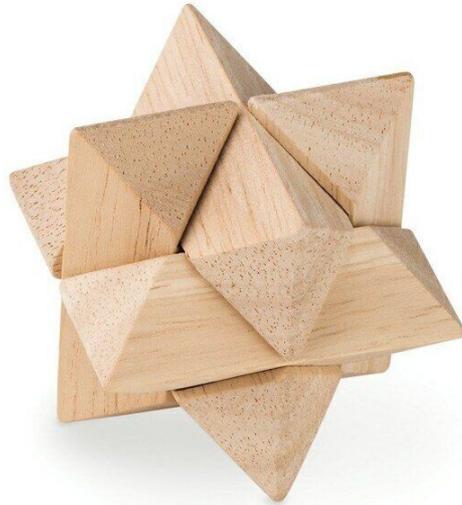
Se muestra un proceso de construcción del poliedro: Cubo--->dodecaedro rómbico ---> dodecaedro romboico estrellado.

Este poliedro rellena el espacio.



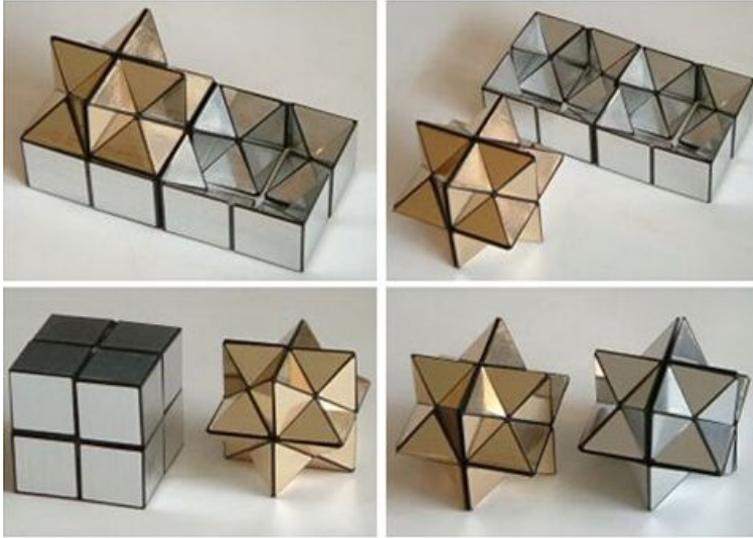
<https://www.geogebra.org/m/Rey7ucDs>

Rompecabezas



Puzzle estrella

Rompecabezas



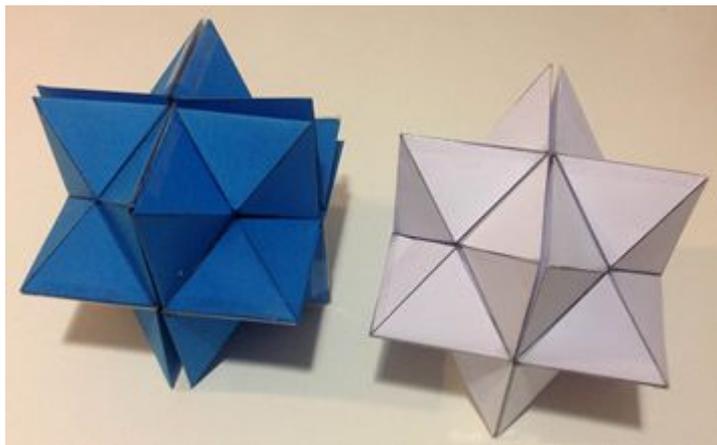
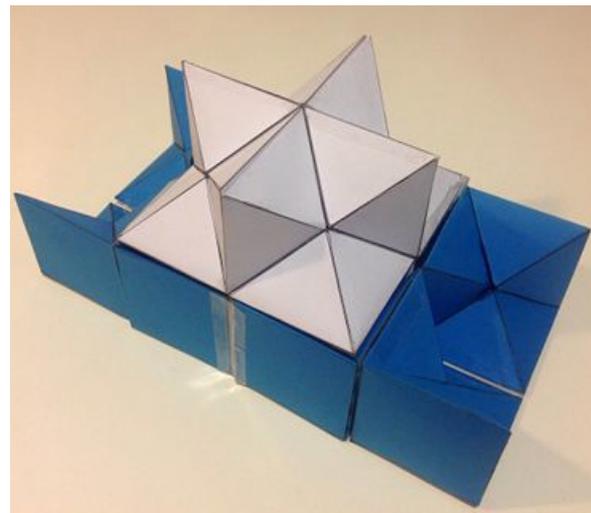
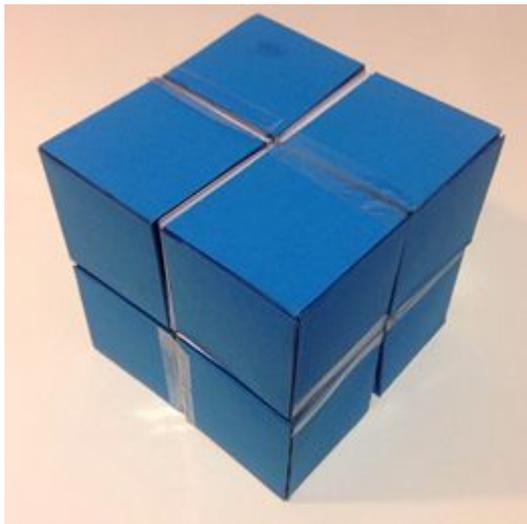
Yoshimoto cube

No. 1 ([MOMA Design Store](#))

Naoki Yoshimoto (1971)



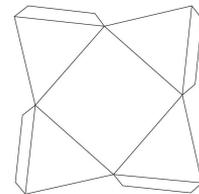
The amazing Starcube
(transforming geometric puzzle)



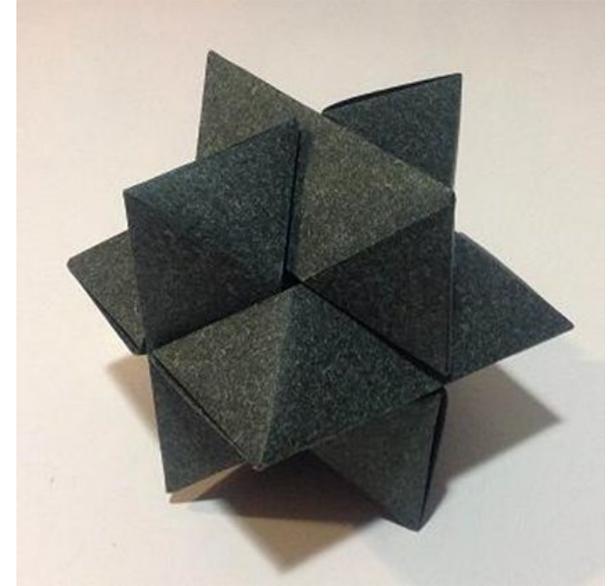
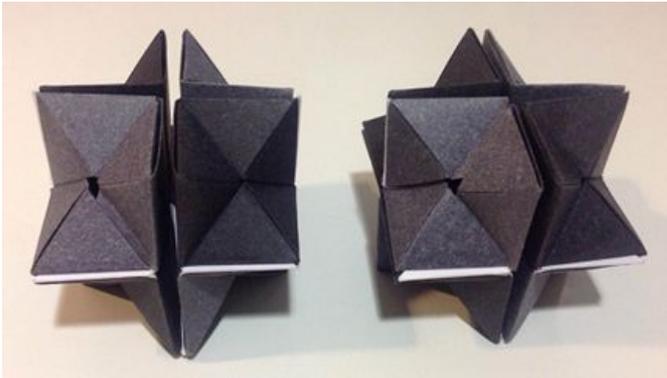
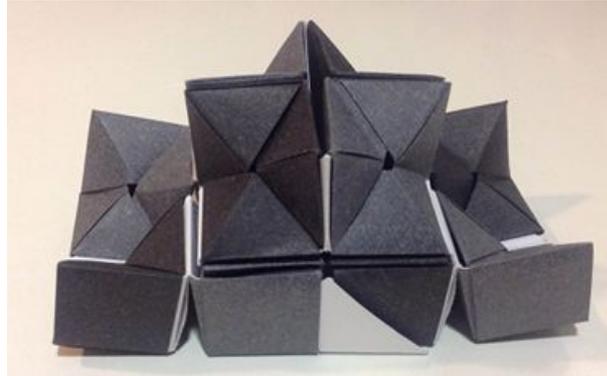
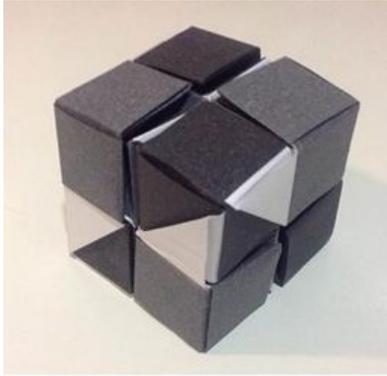
Yoshimoto cube
Versión construida con 24
pirámides blancas y 24
pirámides azules



Desarrollo

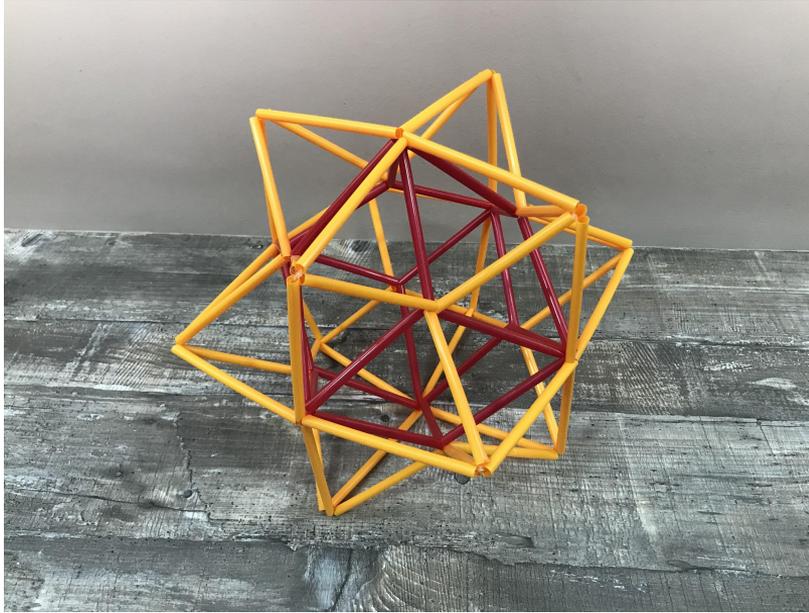


Versiones en papiroflexia (Carmen García Caballero - Ins Vilanova del Vallès)



[Enlace](#) (Autor: Gadi Vishne)

Más versiones (Jordi Font - Grup Cúbic)

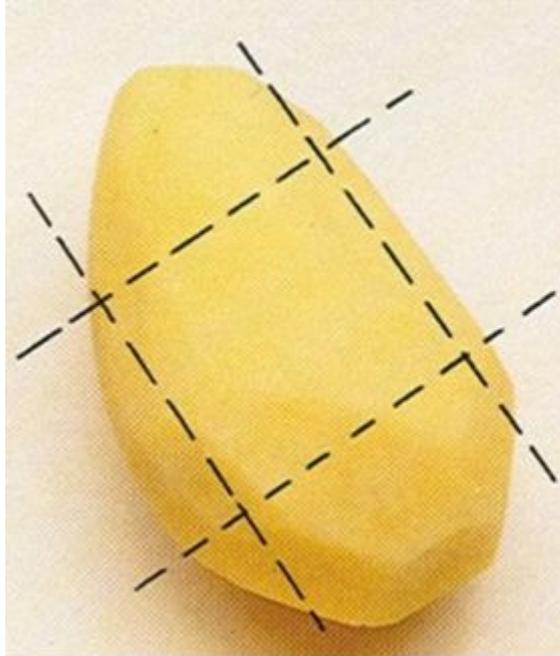


Fase 2: Técnica

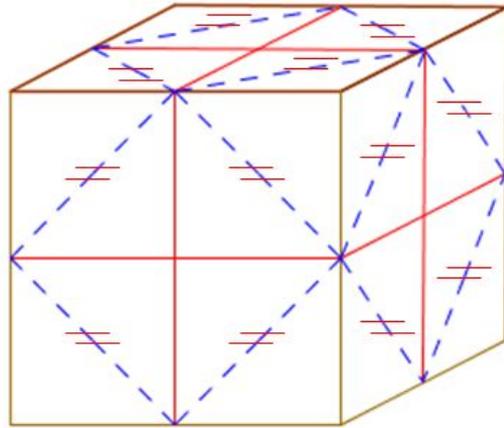
Técnica necesaria y pruebas

- Pruebas de diferentes tipos de cortes.
- Pruebas con diferentes variedades de patata, boniato, calabaza, zanahoria, nabo, etc...
- Pruebas de diferentes tipos de cuchillos.
- Pruebas de diferentes tipos de cocciones: cocción directa (aceite o horno), doble cocción (vapor y fritura),...
- Etc.

“Cubicamos” la patata...

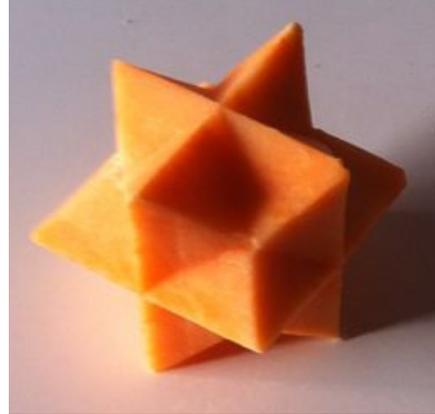
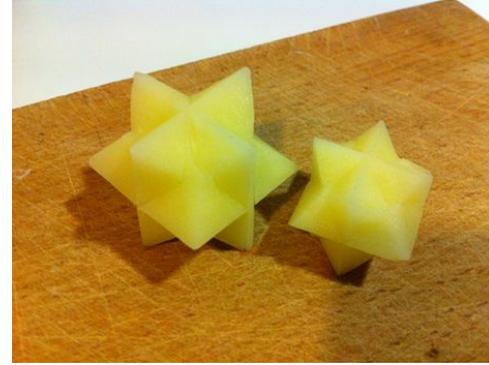


Cortamos, por el centro y en perpendicular a las aristas paralelas de cada cara, con una inclinación de 45° respecto a la vertical y en los dos sentidos, hasta llegar a una altura correspondiente a tres cuartas partes de la altura del cubo.

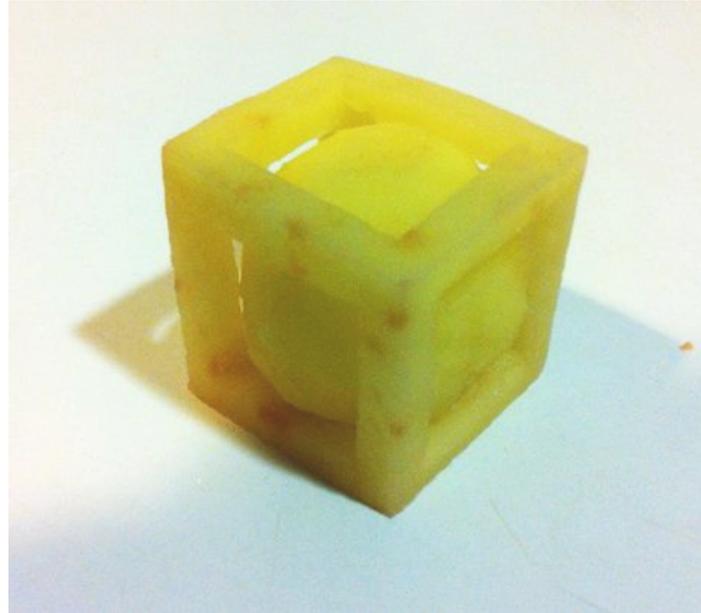


Fase 3: Práctica con el modelo inicial

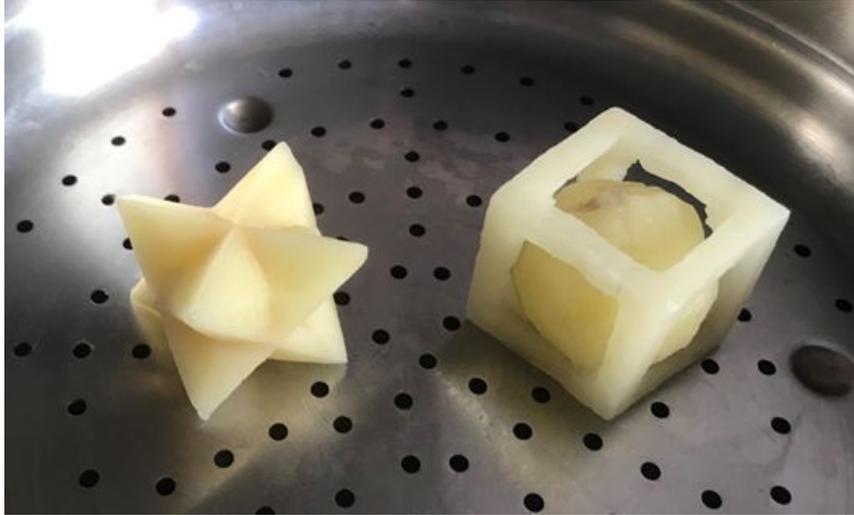
Diferentes tipos de patatas y tubérculos...



Propuestas semejantes encontradas en la investigación
Esfera atrapada en un cubo.



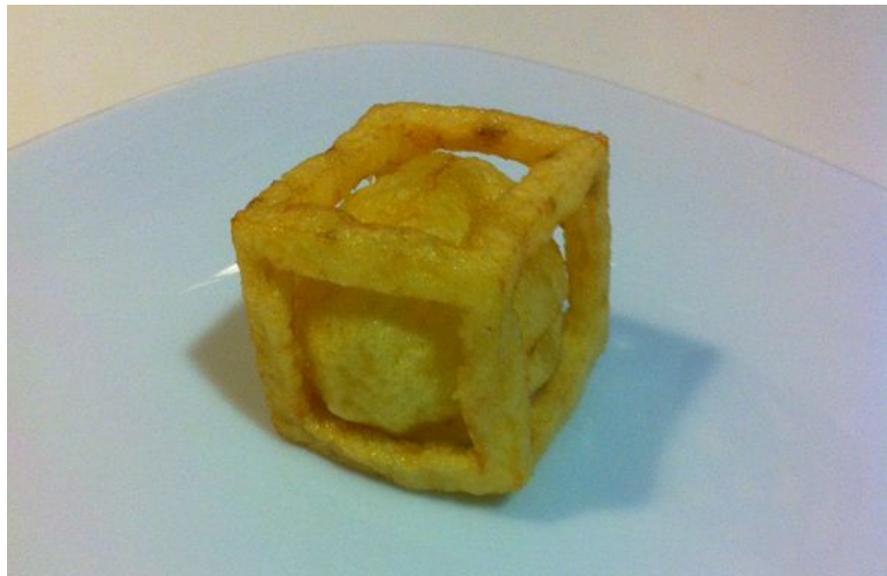
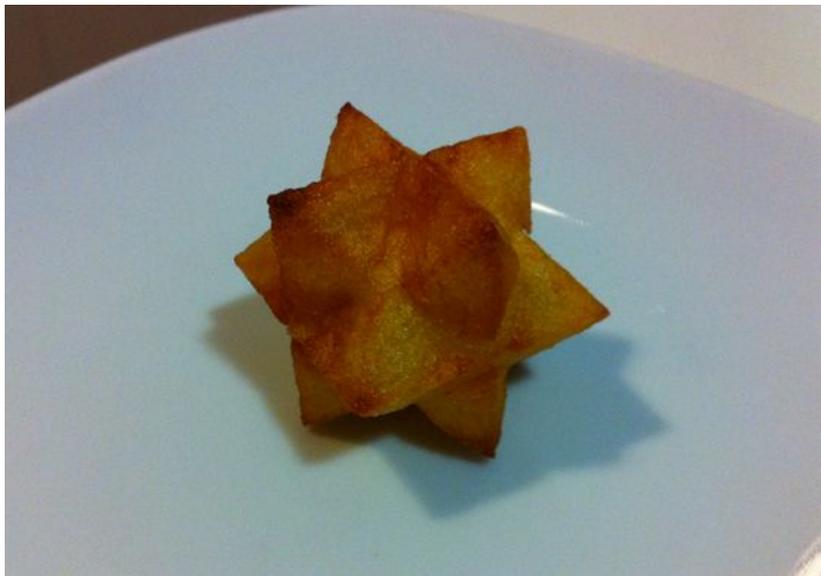
Diferentes tipos de cocciones



+



Resultado...



Reaprovechamiento: Recuperamos la tortilla de patatas de nuestra familia de los sábados.

Huevos caseros, patatas, cebolla, aceite virgen extra, sal.

En casa siempre se hacían 3:

- Una de poco hecha, una de más hecha y una para desayunar el domingo.
- No muy gruesas.
- Podemos añadir unas buenas alcachofas o calabacín.
- O bien complementar con una tortilla de espárragos trigueros con ajos tiernos.



Reaprovechamiento: Receta de puré de patatas de [Joël Robuchon](#)

Ingredientes:

- 1 kg de patatas "ratte" (o "kennebec")
- 250 g de mantequilla
- 25 cl de leche
- Sal marina
- Opcional: Pimienta y nuez moscada

[Enlace a la videoreceta](#)

[La receta del célebre puré de patata de Robuchon](#) (La Vanguardia, 09/08/2018)

Reaprovechamiento: Pan de patata y miel (Hecho a mano - Dan Leppard)

- 250 g de harina de fuerza
- 250 g de harina integral
- 300 ml de agua
- 250 g de masa madre
- 75 g de patata sin pelar, limpia y rallada
- 1,5 c.p. de sal
- 25 g de miel



[Enlace a la receta](#)



Tortilla de patatas cúbica (Koldo Rodero, Robin Food)



<https://www.robinfoodtv.com/es/receta/tortilla-de-patatas-cubica>



Fase 4: Evolución (¡Hacemos matemáticas!)

¡Hacemos matemáticas!



Competencia 4. Generar preguntas de contenido matemático y plantear problemas

¡Hacemos matemáticas!

¿Qué pasará si...

- ...cambiamos la posición de los cortes sobre el cubo?
- ...cambiamos los ángulos de corte?
- ...cambiamos el poliedro inicial?
- ...por el camino aparecen efectos colaterales?
- ...

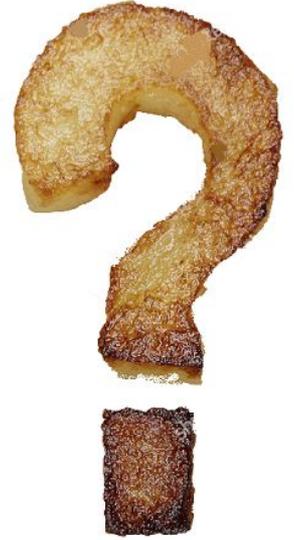
¡Manos a la obra! - Estructura de trabajo.

Necesitamos: Cuchillo, tabla de corte, una patata grande, un recipiente con agua y un papel de cocina.

- Pelaremos la patata y pasaremos a recoger las pieles.
- Sacaremos el cubo más grande posible de cada patata.
- Dejaremos el resto de la patata en agua para que no se oxide y poder aprovecharla.

¿Y si cambiamos los cortes sobre el cubo?

Hacemos el mismo procedimiento pero sobre las diagonales de cada cara con un ángulo de 45° y en las dos direcciones.
¿Qué poliedro saldrá?



Cambio de los cortes



Ángulo de 45°

Por las diagonales en dos direcciones

\approx [Estrella Octángula](#)

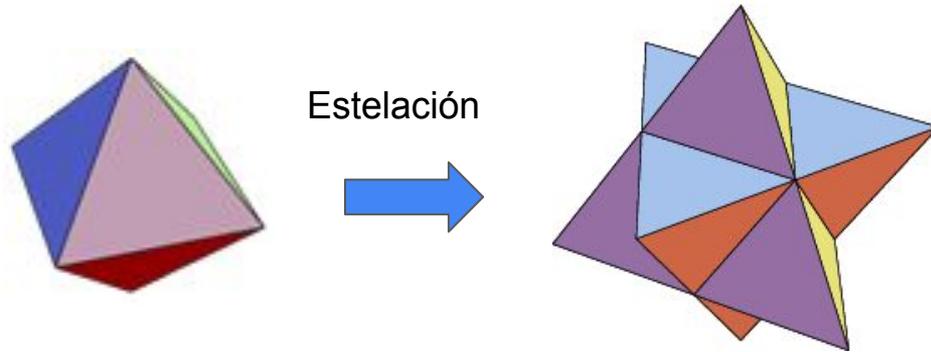
Pregunta:

¿En qué ángulo deberíamos cortar para obtener exactamente la Estrella Octángula?

La mitad del ángulo diedro del tetraedro regular ($\approx 70,58^\circ$)

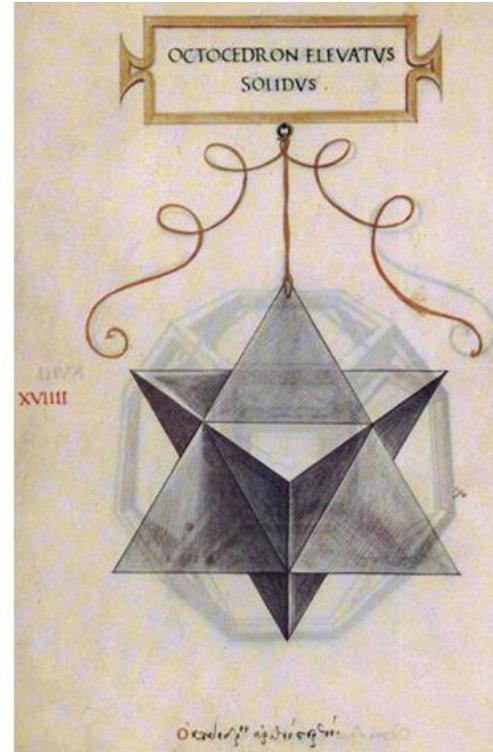
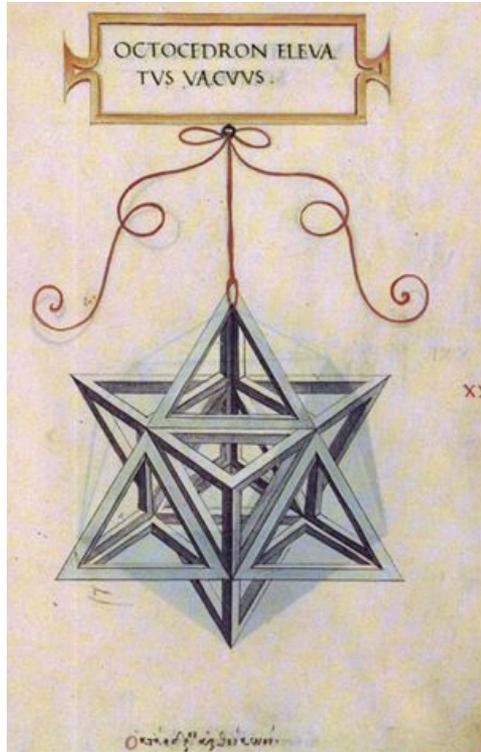
Estrella Octángula

Estelación del Octaedro Regular - Unión de dos Tetraedros Regulares invertidos



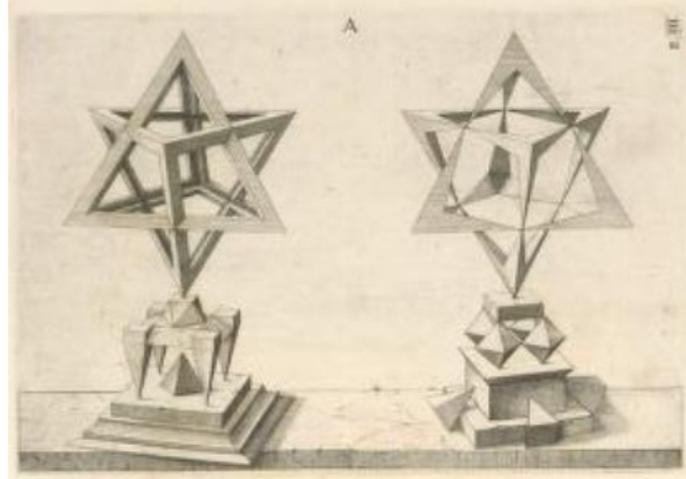
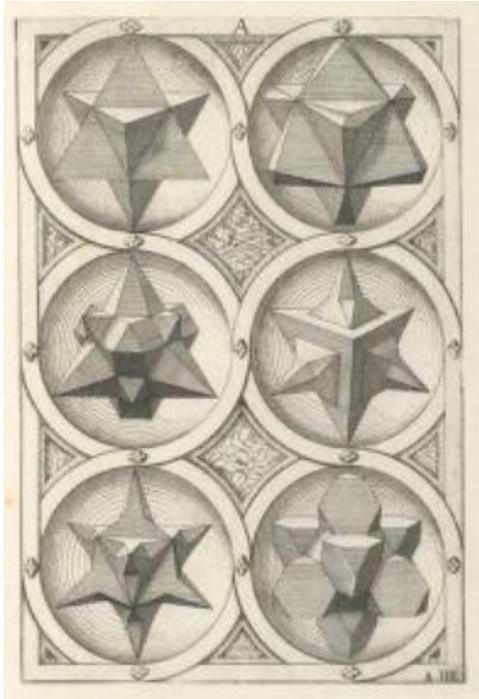
[Weisstein, Eric W.](http://mathworld.wolfram.com/StellaOctangula.html) "Stella Octangula." From [MathWorld](http://mathworld.wolfram.com/)--A Wolfram Web Resource.
<http://mathworld.wolfram.com/StellaOctangula.html>

Dibujos de Leonardo da Vinci de la Estrella Octángula (Octocedron Elevatus Vacuus o Solidus) para 'La divina proporción' de Luca Pacioli (1509)



<http://www.matematicasvisuales.com/html/historia/leonardo/stellatedoctahedron.html>

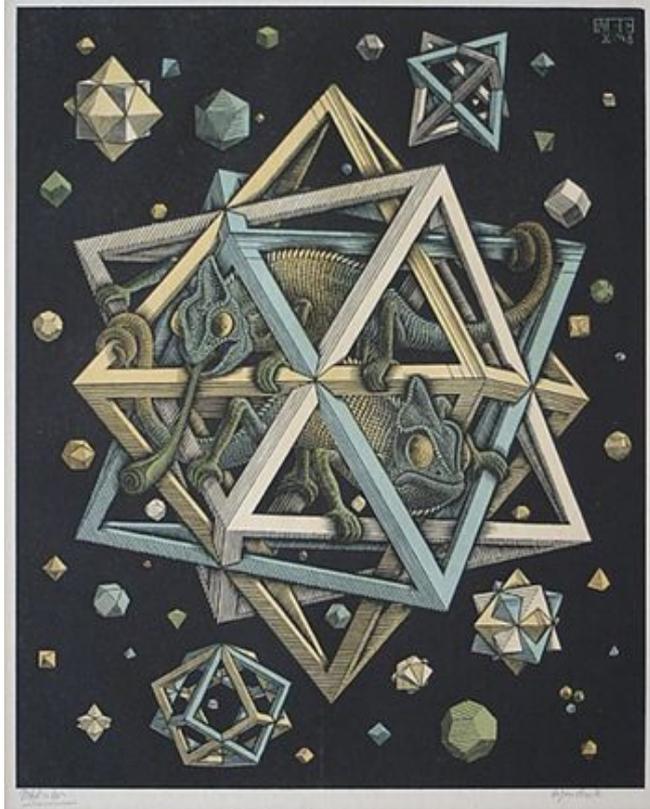
Perspectiva Corporum Regularium de Wentzel Jamnitzer (1568)



https://archive.org/details/gri_33125012889602/page/n18/mode/2up (páginas 19 y 64)

Escher...

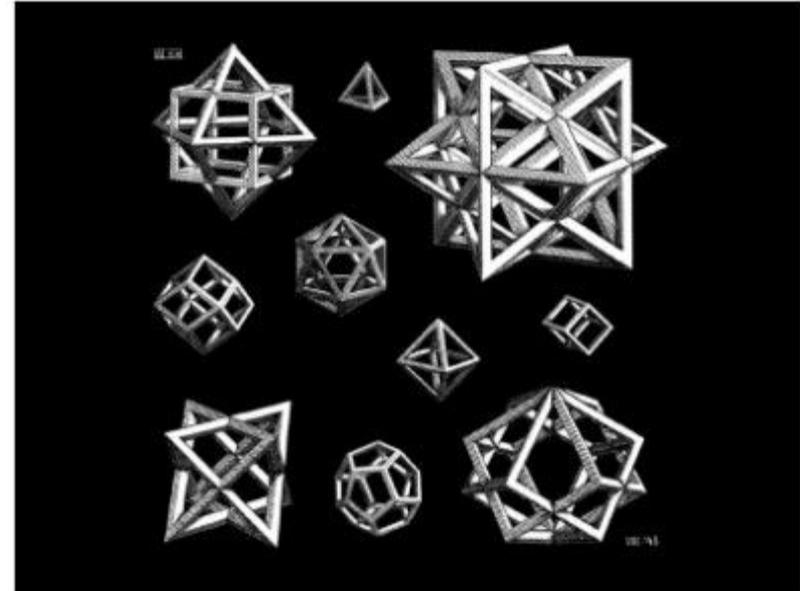
Stars (1948)



Double Planetoid
(1949)



Study for Stars
(1949)



Construcciones con materiales imantados



Construcciones con materiales imantados

(descomposición en un octaedro y ocho tetraedros)



Fase 4: Evolución (¡Hacemos matemáticas!)

Números Estrella Octángula

Números Estrella Octángula

a. Construye los 10 primeros números tetraédricos.

Comprueba que si n indica el orden del número tetraédrico, su expresión algebraica es:

$$Tetra_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{6} \quad \forall n \geq 1$$

Comprueba que coincide con el número combinatorio $\binom{n+2}{3}$.

b. Construye los 10 primeros números octaédricos.

Comprueba que si n indica el orden del número octaédrico, su expresión algebraica es:

$$Oct_n = \frac{n(2n^2+1)}{3} \quad \forall n \geq 1$$

c. Construye los 10 primeros números Estrella Octángula.

En la primera parte de la presentación hemos visto que la Estrella Octángula se puede descomponer en 1 octaedro y 8 tetraedros. Comprueba, que si n indica el orden del número Estrella Octángula, su expresión algebraica se puede encontrar como:

$$Stel_n = Oct_n + 8Tetra_{n-1} \quad \forall n \geq 2$$

¿Cuál será la expresión algebraica de los números Estrella Octángula?

$$Stel_n = n(2n^2 - 1) \quad \forall n \geq 1$$



<https://oeis.org/search?q=Stella+Octangula&language=spanish&go=Buscar>

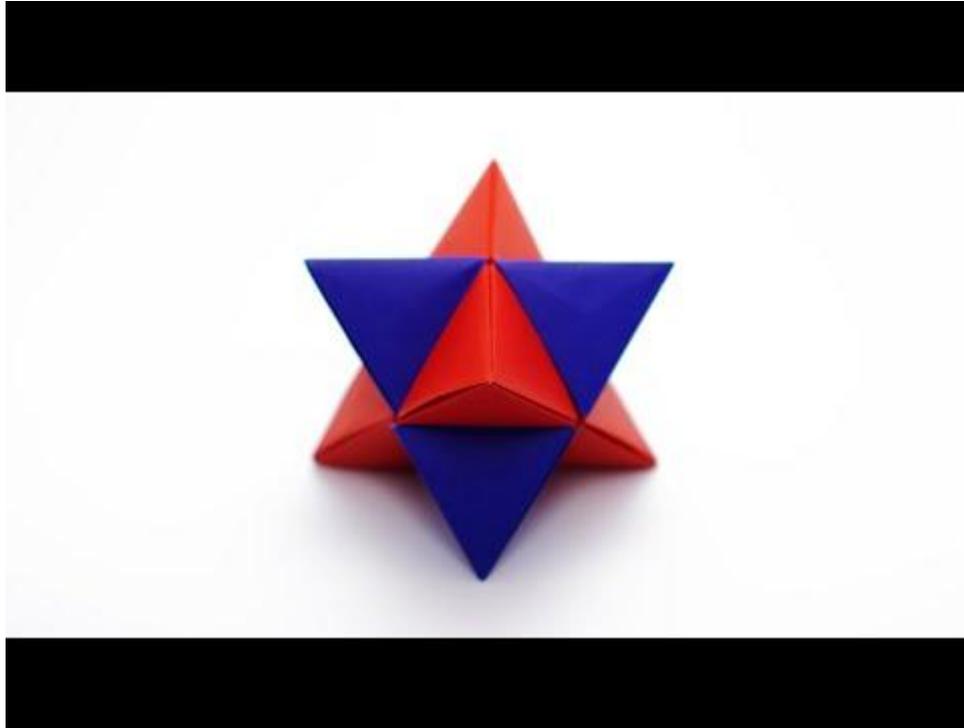
Volumen de la Estrella Octángula



Los vértices de la Estrella Octángula coinciden con los del cubo que la contiene.

Demostrar que su volumen es la mitad del volumen del cubo en la que está inscrita.

ORIGAMI STELLATED OCTAHEDRON (Jo Nakashima)



https://youtu.be/g7qDU_hVLag

¿Y si cambiamos los cortes sobre el cubo?

¿Y si cortamos por los puntos medios de las tres aristas adyacentes a cada vértice del cubo en un ángulo de 45° ?



Cambio en los cortes



Ángulo de 45° por los puntos medios de tres aristas adyacentes

[Cuboctaedro](#)

Poliedro arquimediano

14 caras (6 cuadrados y 8 triángulos equiláteros)

24 aristas

12 vértices

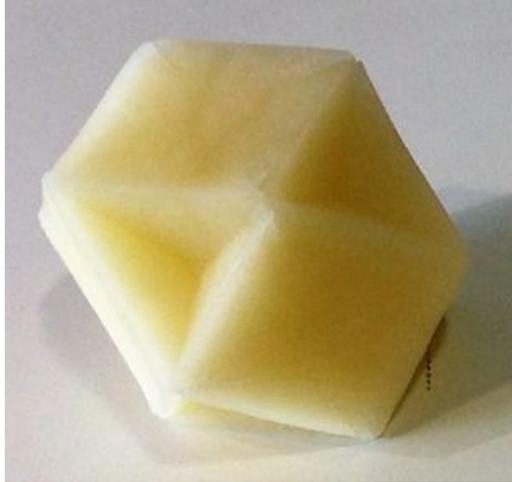
$$C-A+V = 14-24+12 = 2$$

¿Y si cambiamos los cortes sobre el cubo?

¿Y si cortamos por los puntos medios de dos aristas adyacentes a un vértice con un ángulo de 90° hacia el centro del cubo?



Cambio en los cortes



Ángulo de 90° por los puntos medios de aristas adyacentes

[Cubohemioctaedro](#)

Poliedro uniforme no convexo

10 caras (6 cuadrados y 4 hexágonos regulares)

24 aristas

12 vértices

$$C-A+V = 10-24+12 = -2$$

¿Y si cambiamos los cortes sobre el cubo?

¿Y si cortamos por los puntos medios de dos aristas adyacentes a un vértice del cubo con un ángulo de 45° en las dos direcciones?



Cambio en los cortes



Poliedro uniforme no convexo

12 caras (8 triángulos equiláteros y 4 hexágonos regulares)

24 aristas

12 vértices

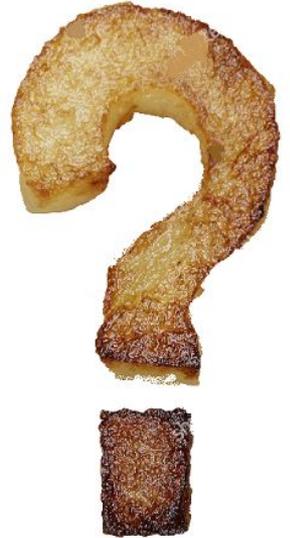
$$C-A+V = 12-24+12 = 0$$

Ángulo de 45° por los puntos medios de aristas adyacentes, en las dos direcciones

[Octahemioctaedro](#)

¿Y si cambiamos el poliedro inicial?

¿Y si repetimos el proceso tomando como poliedro inicial un prisma recto de base hexagonal?



Cambio del poliedro inicial: Prisma hexagonal

Ángulo de 45°

Segmento por puntos medios de aristas opuestas en dos direcciones

Octadecaedro Rómbico

Estrellado o Octakaidecaedro

Rómbico Estrellado

Ángulo de 45°

Diagonales en dos direcciones

Estrella Dodecángula



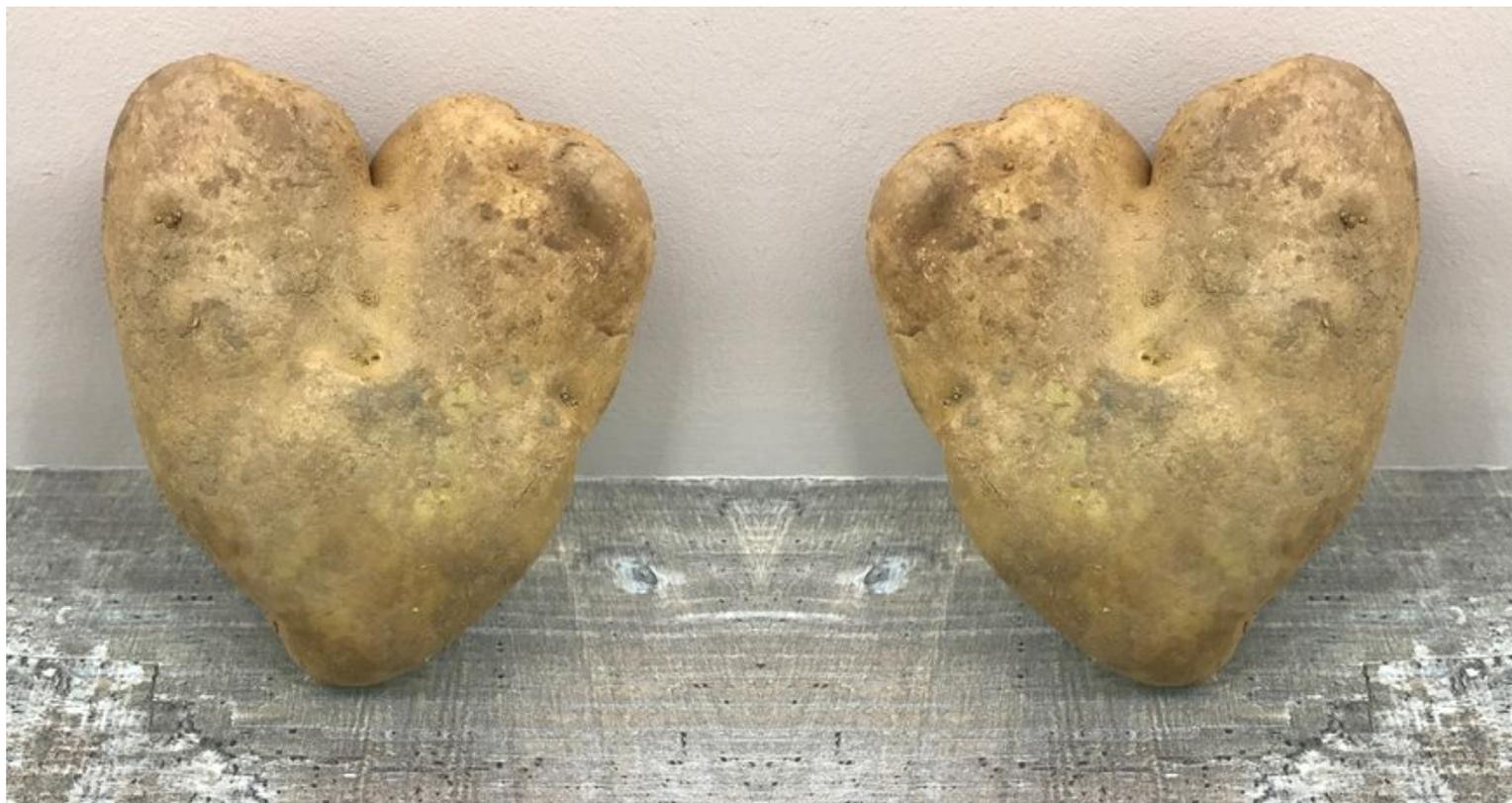
Cambio del poliedro inicial: Prisma hexagonal



Y de momento la familia completa...



Fase 4: Evolución (¡Hacemos matemáticas!)





I'M IN SHAPE...

■ FORTUNATELY, IT'S
THE SHAPE OF A POTATO

Fase 5: Más pruebas

Efectos colaterales

Ciclo de actividades experimentales (Anton Aubanell):

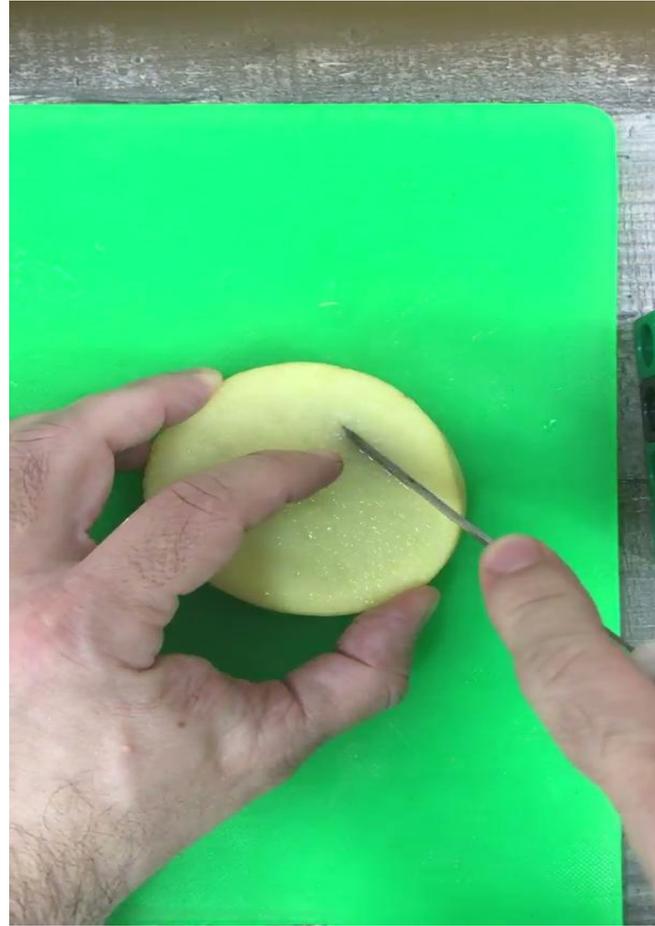
1. Experimentación
2. Descubrimiento
3. Conceptuación
4. Formalización y/o demostración (si es necesaria)

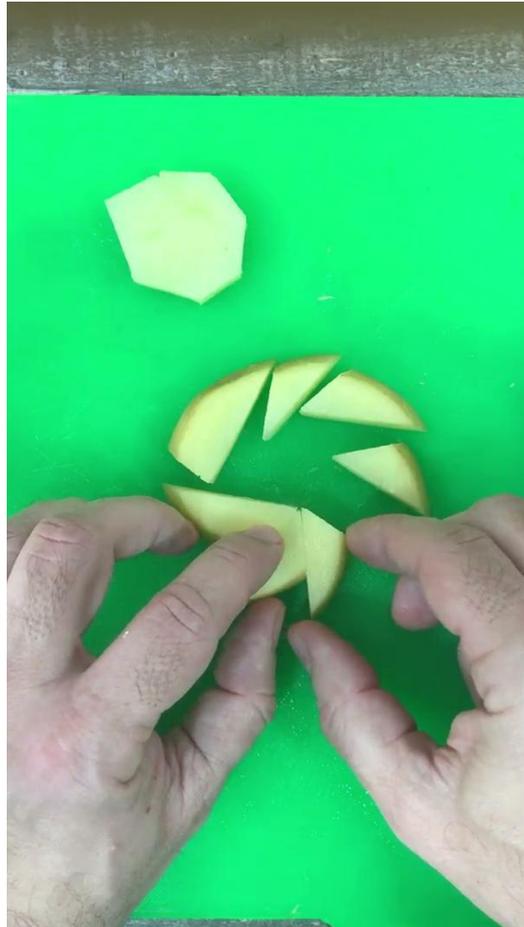
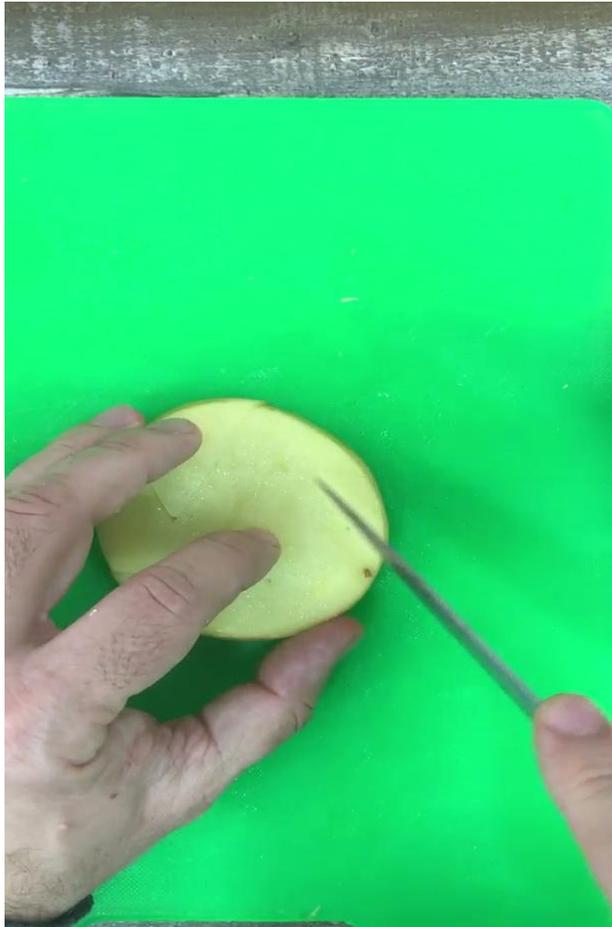
[Actas VIII CIBEM \(Madrid, 2017\)](#)

Experimentación

1. Tomamos un círculo de patata un poco grueso.
2. Marcamos con un palillo los vértices de un polígono convexo con el número de lados deseado.
3. Desde un vértice vamos hacia el vértice siguiente y cortamos hasta el final.
4. Repetimos el proceso hasta conseguir por una parte el polígono y por otra el resto de la patata.
5. Intentamos unir el resto de trozos por el lado que hemos cortado.

Probamos con un pentágono...





Descubrimiento

1. ¿Detectáis alguna cosa interesante?
2. ¿Podemos volver a probarlo?
3. ¿Se cumple para todos los polígonos convexos?

Conceptuación



Pentágono
convexo



Hexágono
convexo



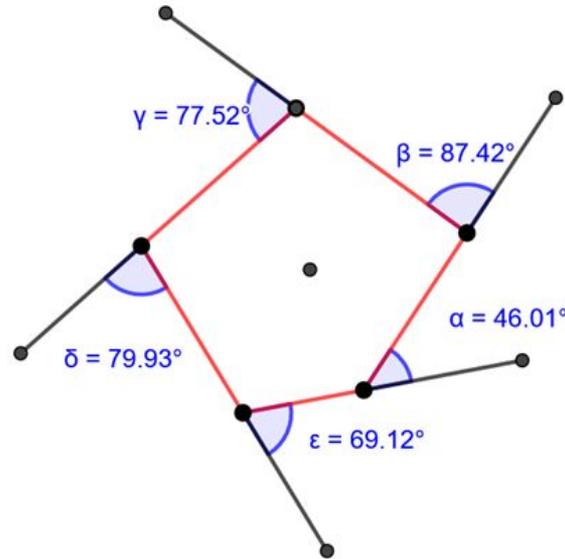
Heptágono
convexo

- Cuando agrupamos los diferentes trozos de patata que nos quedan al cortar un polígono convexo se forma una estrella o flor.
- Los ángulos exteriores siempre cierran bien.
- La suma de los ángulos exteriores de un polígono convexo siempre da 360° .

Demostración (si es necesaria):

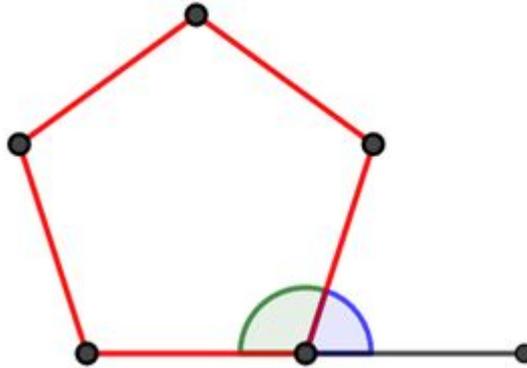
La suma de los ángulos exteriores de un polígono convexo siempre es de 360° .

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 46.01^\circ + 87.42^\circ + 77.52^\circ + 79.93^\circ + 69.12^\circ = 360^\circ$$



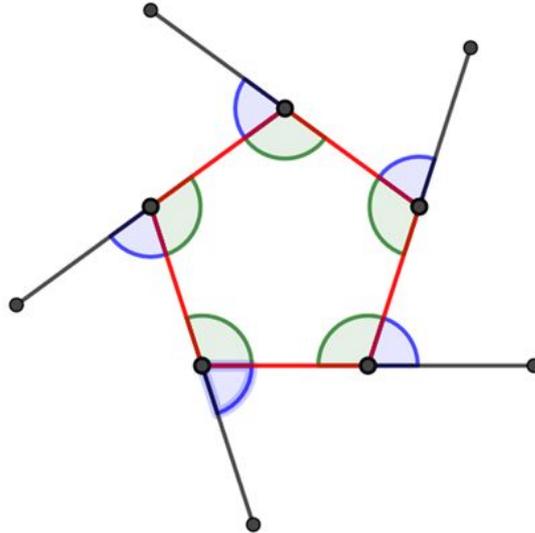
Demostración (si es necesaria):

La suma del ángulo interior más el ángulo exterior de cualquier vértice de un polígono convexo es de 180° .



Demostración (si es necesaria):

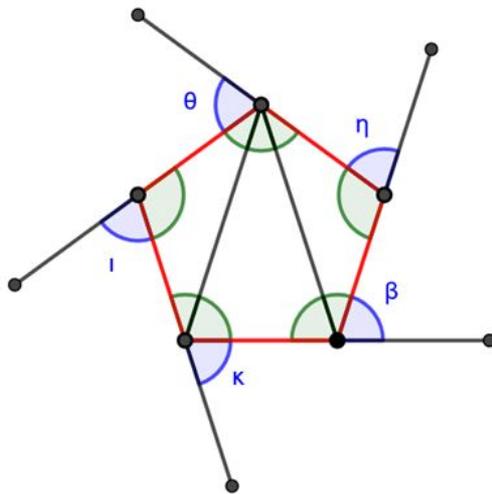
La suma de todos los ángulos interiores más todos los ángulos exteriores de un polígono convexo de n lados es $n \cdot 180^\circ$.



Demostración (si es necesaria):

La suma de los ángulos interiores de un polígono convexo de n lados es $(n-2) \cdot 180^\circ$ (podemos hacer una triangulación del polígono de $n-2$ triángulos centrada en cualquier vértice)

La suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° .

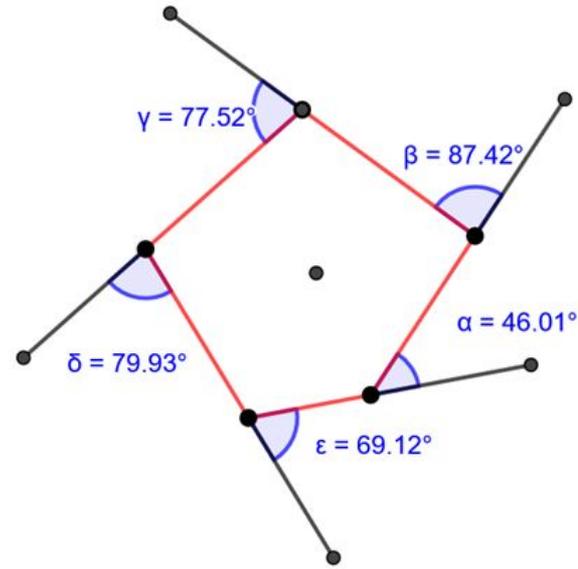


Demostración: La suma de los ángulos exteriores de un polígono convexo siempre es de 360° .

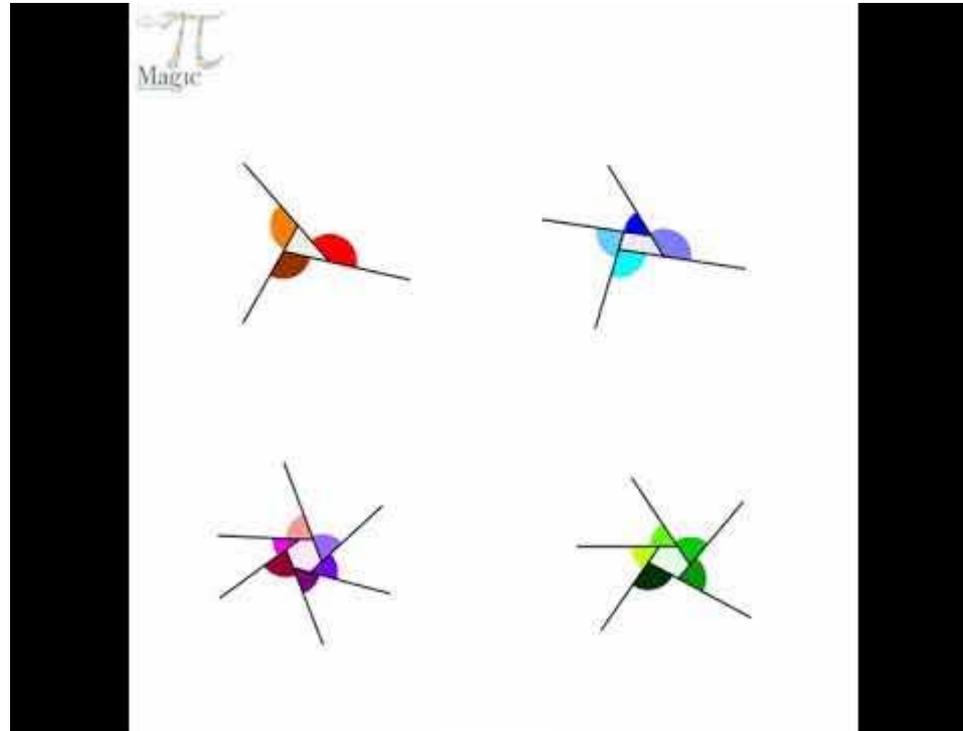
$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \epsilon = 46.01^\circ + 87.42^\circ + 77.52^\circ + 79.93^\circ + 69.12^\circ = 360^\circ$$

La suma de los ángulos interiores es $(n-2) \cdot 180^\circ$

La suma de los ángulos exteriores es $2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$



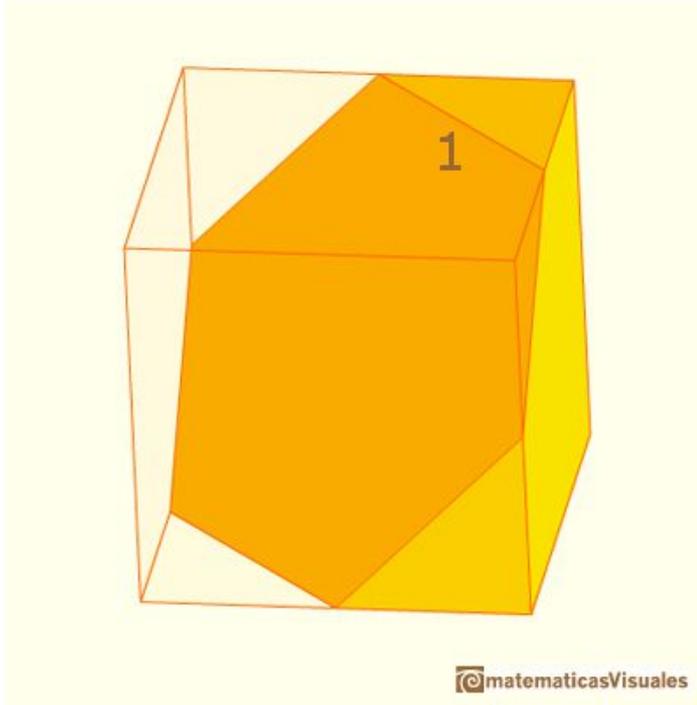
The exterior angles of a polygon always add up to 360 degrees



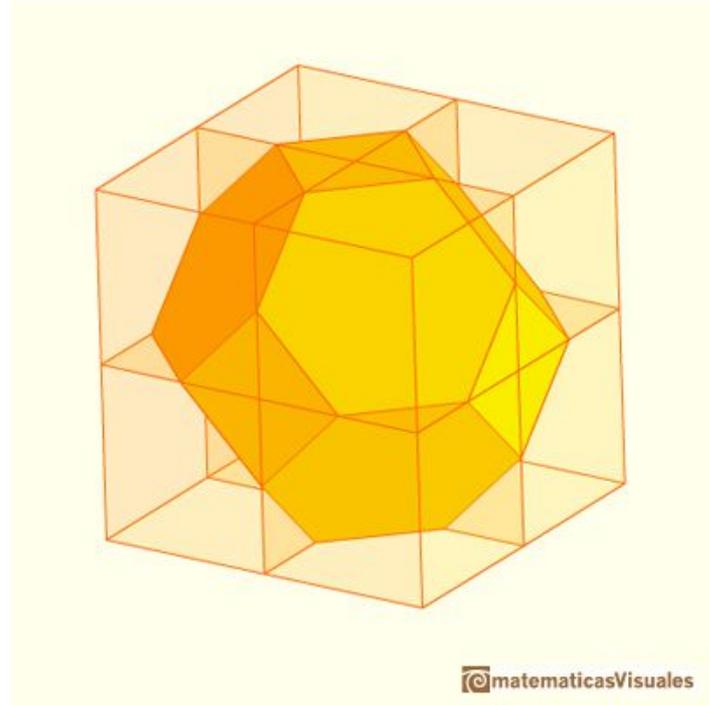
Idan Tal

@MagicPi2

Ampliaciones

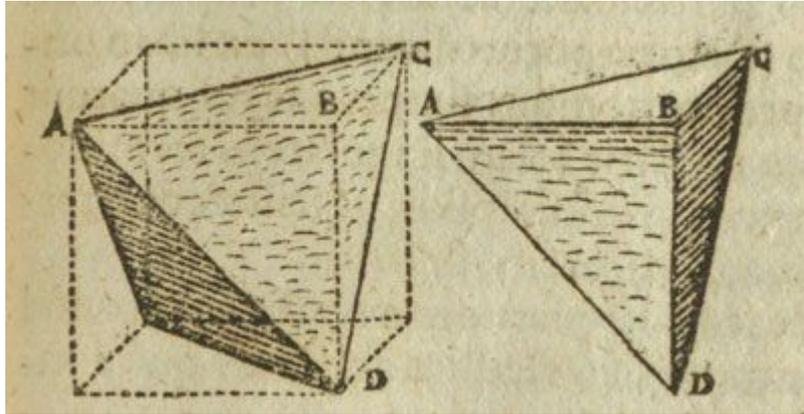


Sección hexagonal del cubo



Octaedro truncado

Ampliaciones

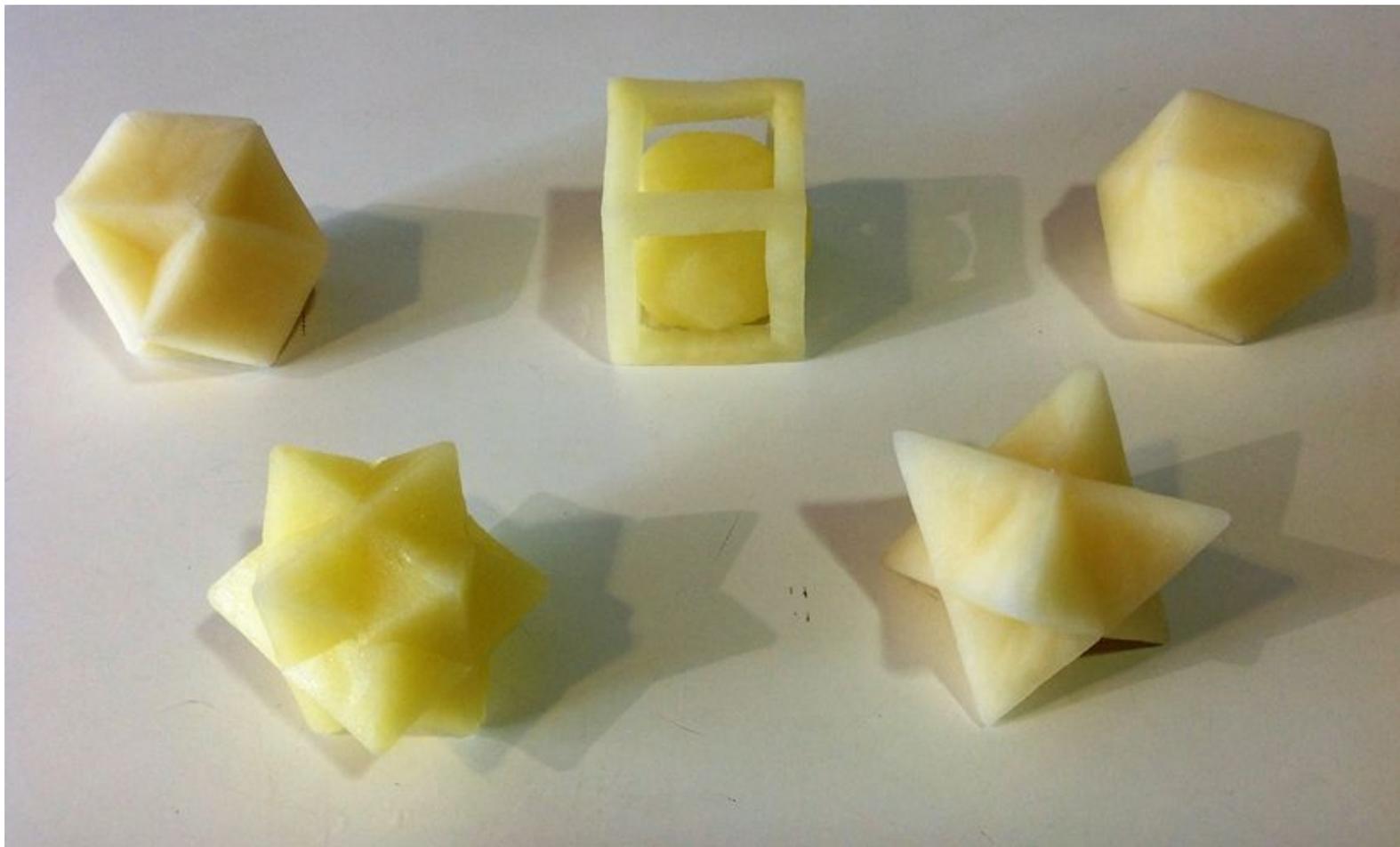


Tetraedro regular
inscrito en el cubo

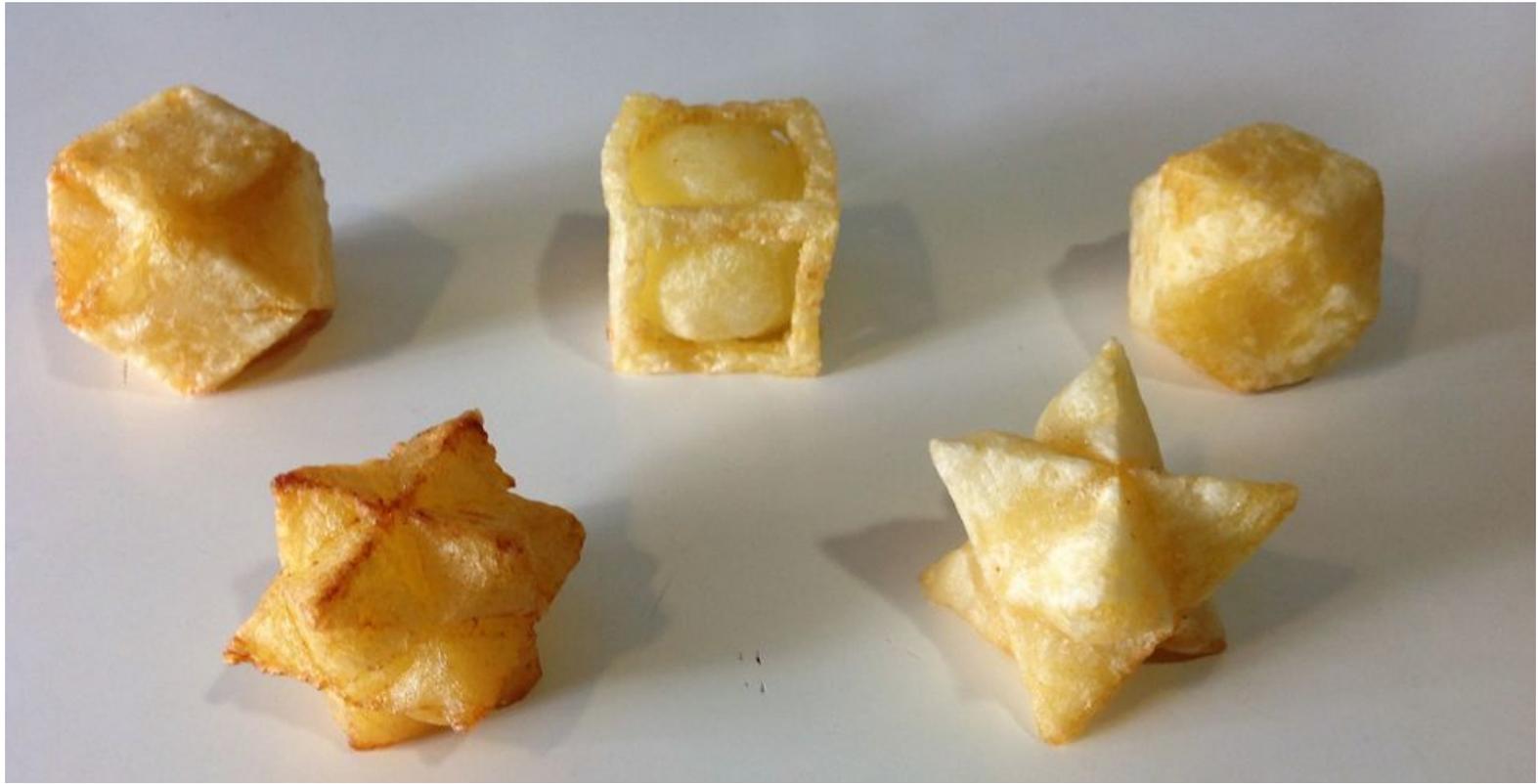


Esfera atrapada en
tetraedro regular

Fase 6: Propuesta definitiva y registro



Fase 6: Propuesta definitiva y registro



Fase 6: Propuesta definitiva y registro

Fase 7: Presentación y mejora

Jornada d'ABEAM 2021



Fase 8: Aplicación didáctica



- Activitat de cierre de la Unidad didáctica de Poliedros (2º ESO)
- Bojos per les matemàtiques (1º de Bachillerato)
- Càpsula Matemáticas desde la cocina - 1º ESO

Doble sesión con alumnado de 1º de ESO

Uno de los créditos variables de 1º de ESO lo dedicamos a Matemáticas desde la cocina.

Los alumnos traen el material de casa y creamos los poliedros en clase.

En la primera sesión y a partir de poliedros creados con materiales manipulativos se revisan los conceptos básicos de poliedros (vértices, caras, aristas, ángulos, etc).

En concreto se trabajan en clase el Cubo, el Cuboctaedro y la Estrella Octángula.

Se terminan las construcciones en casa.



Doble sesión con alumnado de 1º de ESO

En la segunda sesión se vuelven a revisar las construcciones y se resuelven las dudas.

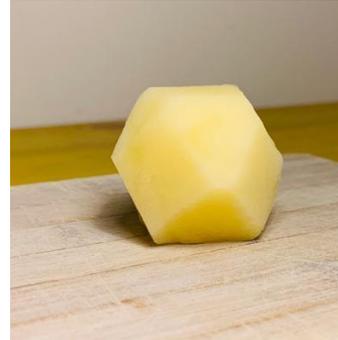
Los alumnos tienen una semana de tiempo para construir los poliedros en casa y registrar gráficamente sus producciones que se acaban comiendo (matemáticas en familia).

Al inicio de la clase siguiente se dedican 10 minutos a revisar los resultados y analizar errores (construcción y cocción).



Luka

Doble sesión con alumnado de 1º de ESO



Alba

Pau

Y para terminar volvemos al mismo lugar
donde hemos empezado...

Molde Star Game 35 - Silikomart professional



<https://youtu.be/rGdVoTzZmhl>

¿Volvemos a empezar?

Situación: Podemos hacer las piezas del rompecabezas estrella de chocolate blanco, con leche o negro.



¿Volvemos a empezar?

Situación: Podemos hacer las piezas del rompecabezas estrella de chocolate blanco, con leche o negro.



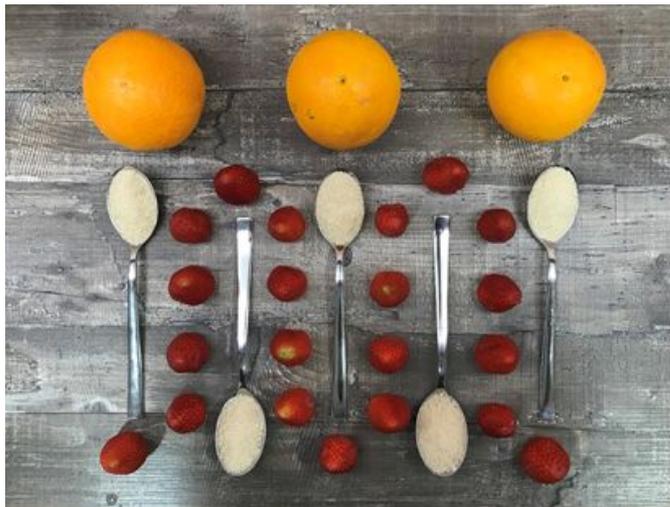
1. ¿Cuántos Rombidodecaedros Estrellados diferentes podemos hacer si sólo utilizamos piezas de un tipo de chocolate?
2. ¿Y si utilizamos piezas de dos tipos de chocolate?
3. ¿Y si utilizamos piezas de los tres tipos de chocolate?

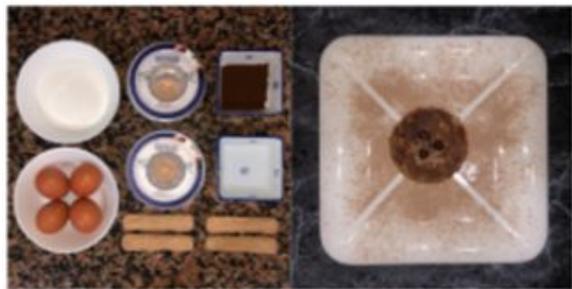
Además...

Matemáticas desde la cocina... en confinamiento



Institut
El Joncar







¡Muchas gracias y buen
provecho!

Anna Ausina anna.ausina@institut22.cat
@AnnaAusina

Sergi Muria sergi.muria@institut22.cat
@smuria

Webgrafia

- Cardil, Roberto. *Matemáticas visuales*. [Consulta: 15/06/2022]. Disponible en: <http://www.matematicasvisuales.com/>
- Cuaderno de cultura científica (Matemoción). *El rombododecaedro estrellado: arte, abejas y puzzles (primera parte y segunda parte)* [Consulta: 15/06/2022]. Disponible en: <https://culturacientifica.com/2014/02/26/el-rombododecaedro-estrellado-arte-abejas-y-puzzles-primera-parte/>
<https://culturacientifica.com/2014/03/12/el-rombododecaedro-estrellado-arte-abejas-y-puzzles-segunda-parte/>
- M.C. Escher Foundation. *The official website* [Consulta: 15/06/2022]. Disponible en: <https://mcescher.com/>
- Porta, Paulo. *Paulo Porta* [Consulta: 15/06/2022]. Disponible en: <http://www.pauloportacom/Xeometria/poliedros/epoliedros.html>