JAEM 20
Matemáticas para construir el mundo

Jornadas para el aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas. Valencia. 3 a 6 de julio de 2022.

GeoGebra Discovery en la EGMO 2022

Belén Ariño Morera

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE MADRID

Universidad Rey Juan Carlos

ÍNDICE

- Objetivo
- European Girls´ Mathematical Olympiad (EGMO)
- GeoGebra Discovery
- Problemas planteados en la EGMO
- Resolución mediante GG Discovery
- Resultados del equipo español
- Conclusiones

OBJETIVO

→ Valorar la capacidad (o incapacidad) de GeoGebra Discovery para enfrentarse a los problemas de geometría euclídea propuestos en la European Girls´ Mathematical Olympiad

EUROPEAN GIRLS´ MATHEMATICAL OLYMPIAD

→ Se realiza un examen a lo largo de dos días

→ La participación es por países

→ Los equipos de cada país pueden llevar hasta 4 participantes (enseñanzas medias, ESO y Bachillerato)

→ La Olimpiada nació en 2012 por iniciativa de Reino Unido

EUROPEAN GIRLS´ MATHEMATICAL OLYMPIAD

→ El objetivo: Abrir espacios a la participación de mujeres en concursos matemáticos internacionales.

→ España participa desde 2016 (ha estado en 7 ocasiones)

→ El equipo español se configura a partir de los resultados de la Olimpiada Matemática Española (OME) que gestiona la comisión de Olimpiadas de la Real Sociedad Matemática Española (RSME)

EUROPEAN GIRLS´ MATHEMATICAL OLYMPIAD

→ Se celebró del 12 al 16 de abril de 2022, en Eger (Hungría) la undécima edición de la EGMO

→ Participación:

57 países

31 europeos

Resto: USA, Perú, Australia, Japón, Túnez, ...

EUROPEAN GIRLS´ MATHEMATICAL OLYMPIAD

→ Equipo español: Cuatro alumnas de entre 16 y 17 años.

Obtuvieron la mejor posición de la historia de su participación

Posición 22 (sin países invitados)

Posición 38 de 57

Una Medalla de Bronce y dos Menciones de Honor

GEOGEBRA DISCOVERY

→ https://github.com/kovzol/geogebra-discovery

→ Versión experimental de GeoGebra en desarrollo por Zoltán Kovács (The Private University College of Education of the Diocese of Linz, Institute of Initial Teacher Training (Austria)).

→ Tareas geométricas que ofrece, según Recio et al.(2020):

a. Probar automáticamente la veracidad o error de una afirmación conjetural dada (comandos: *Demuestra* y *DemuestraDetalles*)

GEOGEBRA DISCOVERY

b. Descubrir automáticamente cómo modificar una figura dada para que una declaración incorrecta se vuelva verdadera (también llamado descubrimiento automatizado, comando *EcuaciónLugar*)

c. Descubrir automáticamente la relación existente entre algunos elementos concretos de la figura dada (comando *Relación*)

GEOGEBRA DISCOVERY

d. Descubrir automáticamente todas las afirmaciones que son verdaderas y que involucran un elemento en la figura seleccionada por el usuario (comando *Descubrir*)

e. Descubrir automáticamente "todas" las propiedades de cierto tipo (perpendicularidad, paralelismo, ...) que involucran todos los elementos de una figura dada
http://autgeo.online/ag/automated-geometer.html?offline=1

PROBLEMAS PLANTEADOS EN LA EGMO

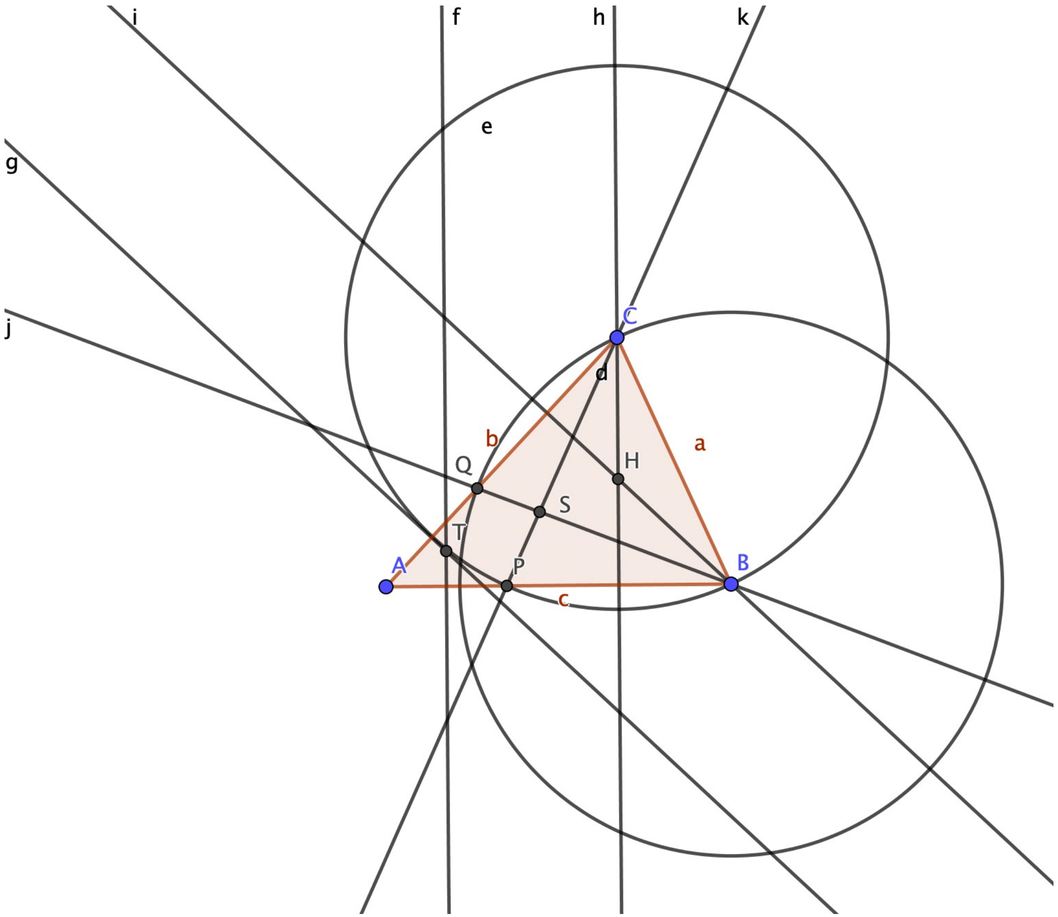
→ El concurso EGMO propone 6 problemas para resolver 3 cada día.

→ Dos de ellos (el 1 y el 6) eran de geometría euclídea.

→ **Problema 1.** Sea ABC un triángulo acutángulo con $BC < AB$ y $BC < AC$. Considere los puntos P y Q en los segmentos AB y AC, respectivamente, tales que $P \neq B$, $Q \neq C$ y $BQ = BC = CP$. Sea T el circuncentro del triángulo APQ, H el ortocentro del triángulo ABC y S el punto de intersección de las rectas BQ y CP. Probar que los puntos T,H y S están en una misma recta.

PROBLEMAS PLANTEADOS EN LA EGMO

Problema 1

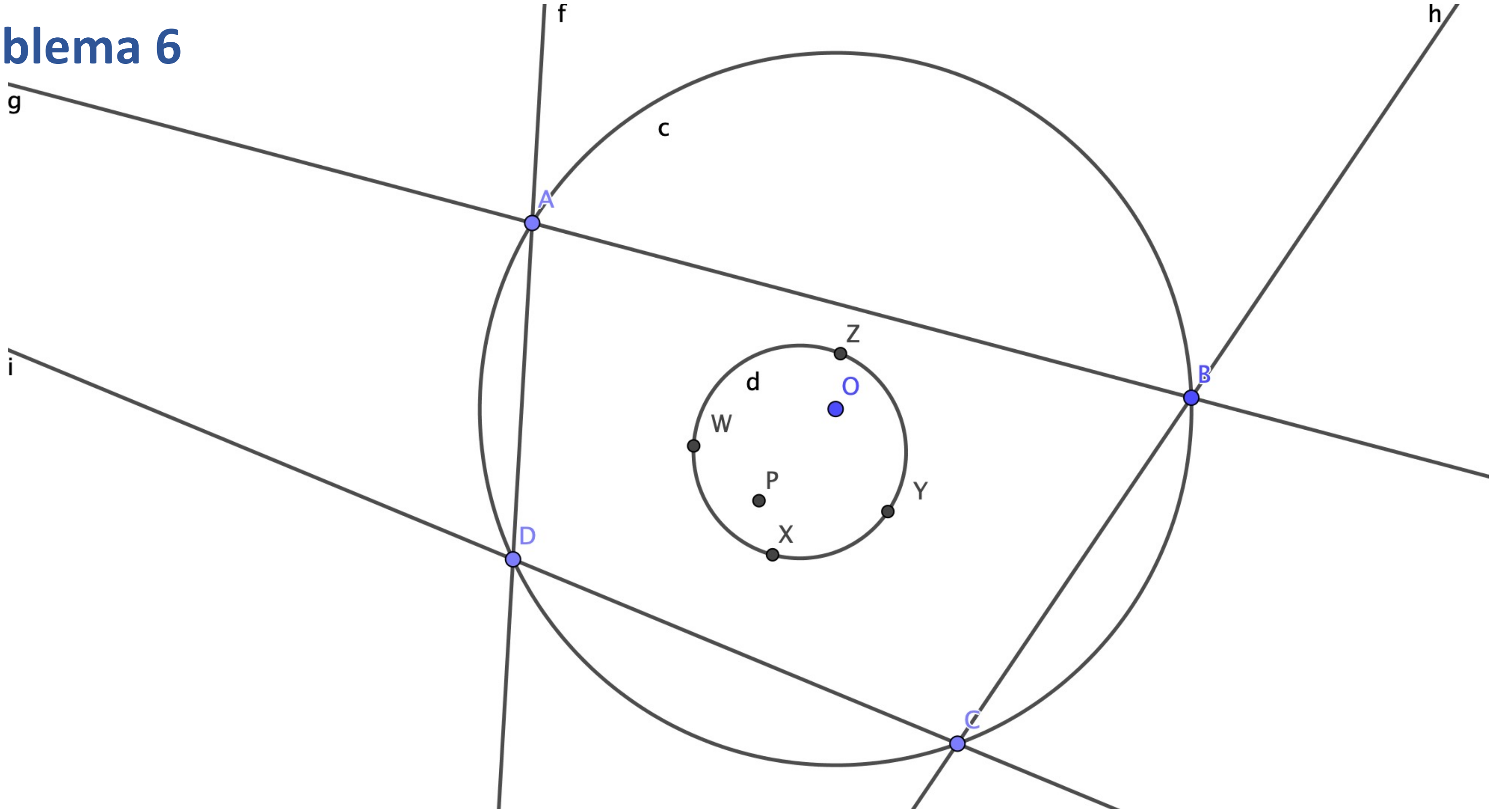


PROBLEMAS PLANTEADOS EN LA EGMO

- **Problema 6.** Sea ABCD un cuadrilátero cíclico con circuncentro O. Sea X el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos ∠DAB y ∠ABC; Y el de las bisectrices de los ángulos ∠ABC y ∠BCD; Z el de las bisectrices de los ángulos ∠BCD y ∠CDA; y sea W el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos ∠CDA y ∠DAB. Sea P el punto de intersección de las rectas AC y BD. Se supone que los puntos O, P, X, Y, Z y W son distintos. Probar que O, X, Y, Z y W están sobre una misma circunferencia si y sólo si P, X, Y, Z y W están sobre una misma circunferencia.

PROBLEMAS PLANTEADOS EN LA EGMO

Problema 6



RESOLUCIÓN MEDIANTE GEOGEBRA DISCOVERY

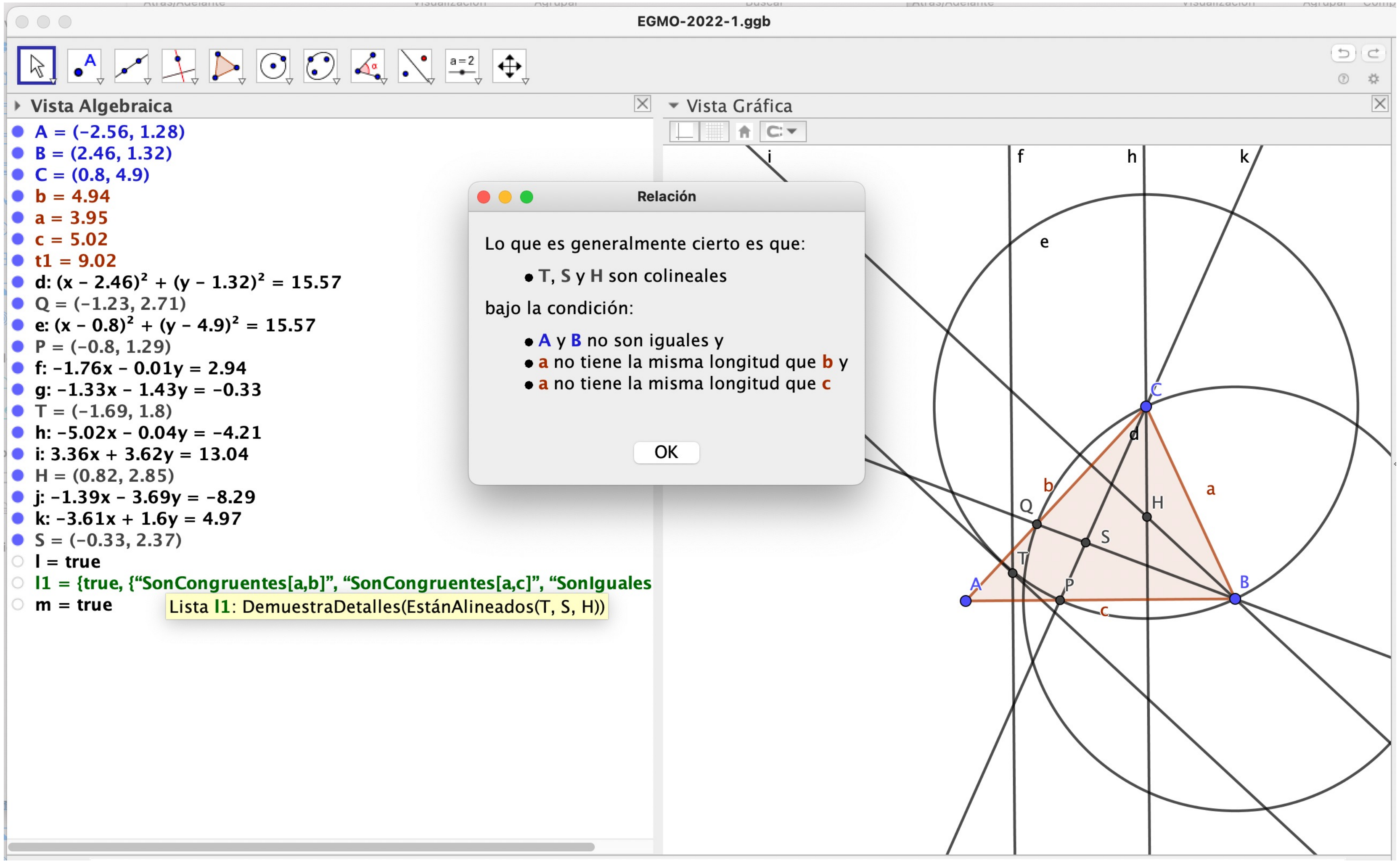
- **Problema 1.**

→ Se plantea a GeoGebra que calcule la Relación({T,S,H}),

→ La respuesta (simbólica, matemáticamente correcta, no aproximada) es: Están alineados excepto en ciertos casos degenerados

→ También se ve el resultado de preguntar directamente a GeoGebra que demuestre la alineación de estos tres puntos (y contesta “true”).

RESOLUCIÓN MEDIANTE GEOGEBRA DISCOVERY



RESOLUCIÓN MEDIANTE GEOGEBRA DISCOVERY

→ No ha hecho falta usar que el triángulo dado sea acutángulo con

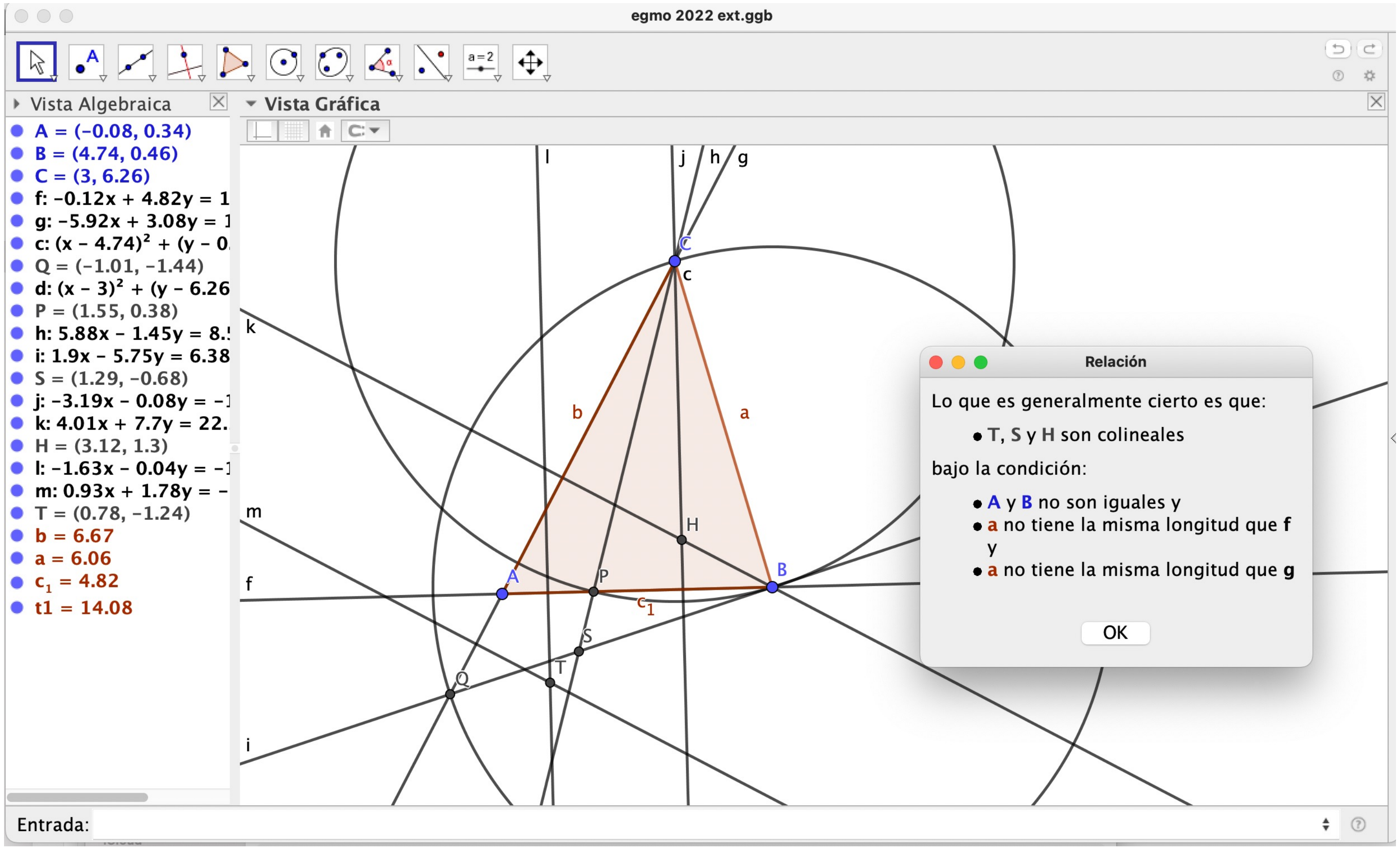
BC < AB y BC < AC.

→ Se prueba una solución en la que

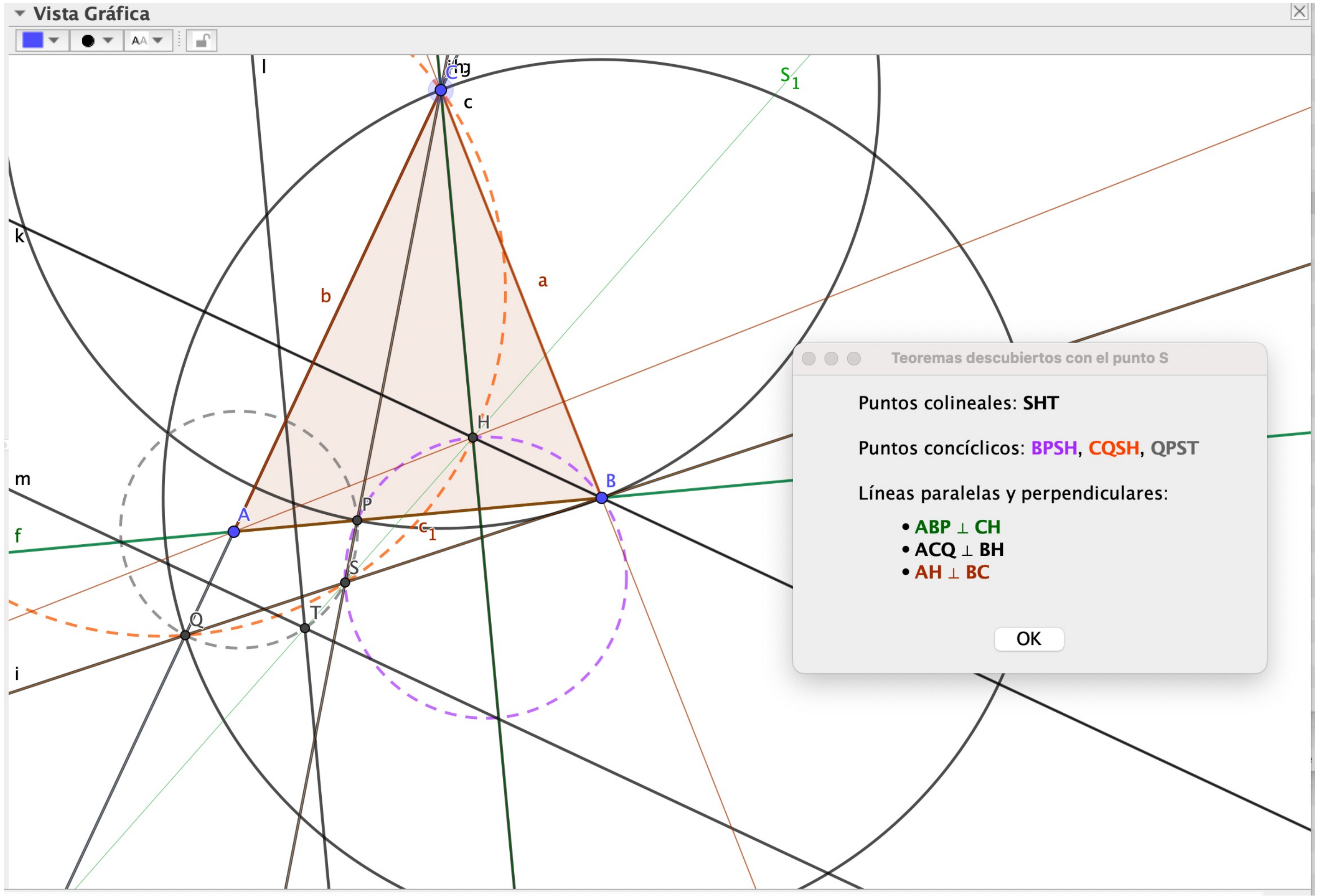
BC >AB.

→ Se pide a GeoGebra que Descubra todos los teoremas que involucren a S.

RESOLUCIÓN MEDIANTE GEOGEBRA DISCOVERY



RESOLUCIÓN MEDIANTE GEOGEBRA DISCOVERY



RESOLUCIÓN MEDIANTE GEOGEBRA DISCOVERY

- **Problema 6.**

→ GeoGebra no es capaz de resolver el Problema 6.

→ Se plantea, en primer lugar, verificar (con Relación o Demuestra, etc.) lo que parece ser cierto a simple vista: el que X, Y, Z, W están en la misma circunferencia.

RESOLUCIÓN MEDIANTE GEOGEBRA DISCOVERY

→ Tampoco es posible hallar el lugar geométrico del vértice C para que O, X, Y, Z (y, si la conjetura anterior es cierta, W) estén en la misma circunferencia. La idea es que, una vez sepamos que propiedades tiene que tener C para que O, X, Y, Z sean co-cíclicos, tal vez podamos estudiar si tales propiedades implican que P esté en la misma circunferencia.

RESOLUCIÓN MEDIANTE GEOGEBRA DISCOVERY

→ GeoGebra no es capaz de terminar los cálculos, tal vez debido a que el comando Bisectriz conlleva una construcción en la que hay que elegir entre la bisectriz interna o externa, y ello implica el manejo de signos, lo que no está incluido en la versión actual de GG Discovery. En la actualidad se está trabajando la posibilidad de manejar input con signos.

RESULTADOS DEL EQUIPO ESPAÑOL

- Puntuaciones sobre 7 de las participantes españolas:

  Problema 1: C1=1, C2=7, C3=0, C4=1

  Problema 6: C1=0, C2=1, C3=0, C4=0

- La puntuación total española en estos dos problemas coloca al equipo español entre los diez últimos.
- En los resultados finales C1 y C3 obtuvieron Mención y C2 Medalla de Bronce

RESULTADOS DEL EQUIPO ESPAÑOL

- La medias de puntuación de todos los participantes:

  Problema 1: 4.6 Problema 6: 1.05

- La puntuación media más baja de todos los participantes es en el Problema 3: 0.78 (de temática Teoría de Números). La media del equipo español en este problema 0.75

- Puntuación media equipo español

  Problema 1: 2.25 Problema 6: 0.25

CONCLUSIONES

- Posible problema curricular: Por observación del comportamiento del equipo español ante los problemas de geometría euclídea.
- El uso de GeoGebra en la clase de secundaria: la inmediatez y facilidad con la que este programa ofrece a los alumnos una certeza rigurosa sobre la verdad de ciertas propiedades podría dificultar el interés de los alumnos por realizar demostraciones en la clase de geometría.

CONCLUSIONES

- Los resultados analizados parecen señalar ciertas coincidencias entre GeoGebra Discovery y los humanos. Es un primer paso para un estudio mas detallado del potencial impacto de GeoGebra en:
  - Los concursos matemáticos
  - En seminarios para alumnos con especial talento matemático
  - El establecimiento de conexiones profundas entre la dificultad de un mismo problema para humanos y para GeoGebra.

CONCLUSIONES

- Objetivos finales:

  → Mejorar la capacidad de GeoGebra, haciendo que los algoritmos de descubrimiento automático en GeoGebra se afinen para enfocarse hacia la obtención de resultados interesantes

  → Contribuir a la propuesta de problemas interesantes en ciertos contextos

MUCHAS GRACIAS