

Identificación de estrategias de resolución de problemas en un contexto de olimpiada matemática: un estudio de casos

20JAEM

València 3/6 de juliol 2022

Fernando Arenas Planelles

Julia Muñoz Martínez

Joan Pons Tomàs

- 1. Problemática**
- 2. Diseño de la investigación**
- 3. Resultados**
- 4. Conclusiones y discusión**

Proceso de resolución de problemas

Este trabajo se inscribe en una problemática más amplia centrada en **comprender** cómo los **estudiantes de secundaria** (12–16 años) **resuelven problemas matemáticos**

Una **modelización** del proceso de resolución de problemas se puede resumir de manera concisa en cuatro fases: **comprender el problema, elaborar un plan, ejecutarlo, y volver atrás**

(Pólya, 1975)

Problemática

Método

Resultados

Conclusions

Estrategias de resolución

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

Los métodos
heurísticos **no**
aseguran el éxito

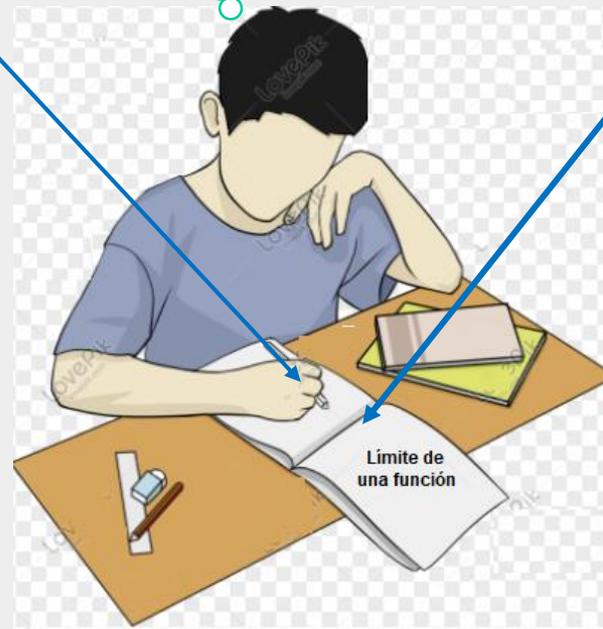
(Gaco-Tabarri, 2017)

**Estrategias
reflexivas/irreflexivas**

(García-García, et al.2015)

Los
estudiantes
deberían de
**aplicar
heurísticas
de resolución**

(NCTM, 2003)



Objetivo

Problemática

Mètode

Resultados

Conclusiones

Identificar cuáles son las estrategias o heurísticas utilizadas por los estudiantes del segundo ciclo de la ESO (14-16 años), cuando resuelven problemas en el contexto de un concurso como son las Olimpiadas Matemáticas

1. Problemática
2. **Diseño de la investigación**
3. Resultados
4. Conclusiones

4 estudiantes de 4º de ESO

(14-16 años), participaron en dos fases de las Olimpiadas Matemáticas: Comarcal (233) y Provincial (30)

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

Instrumento de recogida de datos

El instrumento de recogida de datos ha sido:

- **Las respuestas de los 4 estudiantes a dos problemas aritméticos**
- **Las 4 entrevistas**
- **Las respuestas de los 4 estudiantes a los problemas de la Fase Provincial**

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

Procedimiento

Elección de un problema aritmético de cada fase



CODIFICACIÓN
Análisis cualitativo de las respuestas



Estadios en la resolución de problemas
(Pòlya, 1975, García-García et. al., 2015)



ENTREVISTA



Análisis de las heurísticas

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

ESTADIOS: Elección de los entrevistados

Fases de la Olimpiada Matemática

Estadios	F.Com	F.Prov	F.Comarcal	F.Provincial
No comprenden Estrategia irreflexiva	105	4		
Comprenden Estrategia irreflexiva	76	0	B20/M170	
Comprenden Estrategia reflexiva No resuelven	32	5	B19/M168	B20/M170 B06/M130
Comprenden Estrategia reflexiva Resuelven	20	21	B06/M130 B14/M154	B19/M168 B14/M154
Total	233	30		

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

Ejemplo de análisis de las estrategias

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

B20/M170

Problema 5 – Comarcal

B20/M170

B20/M170: No iba a sumar todos los números, yo sabía que había una fórmula,
hice pruebas con números más pequeños"

M-170

$$4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$$
$$6^2 - 5^2 + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2 = 1$$

~~6+5~~

$$6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$$

6

$$2018 + 2017 + 2016 + 2015 + 2014 \dots + 1 =$$

Estrategia de generalización de un resultado parcial, y **desconoce** la operación adecuada

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

Problema 2 – Provincial

B20/M170

2. ENCUENTRA EL NÚMERO

Encuentra un número n de dos cifras que cumpla la propiedad siguiente:
Al sumar n con su anterior es igual al número que resulta al intercambiar el orden de las cifras de n .

$n \Rightarrow 2$ cifras

$$\overset{n}{23} - 22 = 45$$

$$n + (n-1) = m$$

$$29 + 28 = 57$$

$$\begin{array}{r} n = x y \\ + x (y-1) \\ \hline y x \end{array}$$

$$12 + 11 = 23$$

$$24 + 23 = 47$$

$$36 + 35 = 71$$

$$48 + 47 = 95$$

$$49 + 48 = 97$$

$$47 + 46 = 93$$

$$\boxed{37 + 36 = 73}$$

$$\boxed{N = 37 \quad (37 + 36 = 73)}$$

Estrategia de prueba y error

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

Problema 3 – Provincial

B20/M170

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

13 números enteros consecutivos

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14

a) siempre es verdadera porque la media entre dos números separados entre si por otro siempre es el número del centro

$\frac{7+9}{2} = 8$ $\frac{12+14}{2} = 13$ $\frac{119+121}{2} = 120$

$2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14 = 104$ $\frac{104}{13} = 8$

$3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15 = 117$

b) siempre es divisible, tanto si empieza por número par, como si empieza por impar.

c) Si, porque hay 13 cifras de números, y los múltiplos de 3 van siempre de 3 en tres.

6 pares
7 impares

Cifras: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13

en el caso que empiece por múltiplo de tres habrá 5 cifras con múltiplo de 3.
si la segunda cifra es múltiplo de tres habrá 4 múltiplos
si la 3ª cifra es múltiplo habrá 4 múltiplos

d) Falso, tan solo en el caso de que empiece por número par habrá 7 pares, si empieza por impar tan solo habrá 6 pares.

e) $\frac{2+14}{2} = 8$ Verdadero, porque siempre la media entre los números de los extremos de la serie siempre dan el número que se encuentra en la 7ª posición (el número del centro) que corresponde con la media de los números.

Estrategia de análisis de las diferentes opciones, buscando regularidades

1. Problemática
2. Diseño de la investigación
3. **Resultados**
4. Conclusiones

Estrategia de resolución de problemas

Problemática

Mètode

Resultados

Conclusiones

B19/M168

Problema 5 – Comarcal

B19/M168

Problemática

Mètode

Resultados

Conclusiones

$2018^2 - 2017^2 = 2018 + 2017$
 En consecuencia, ~~la suma de todos los números desde el 2018 hasta el 1.~~
 la operación realizada en este ejercicio será la suma de todos los números desde el 2018 hasta el 1.

$[1-10] = 55$
 $[11-20] = 155$
 $[21-30] = 255$
 $40 = 355$
 $50 = 455$
 $60 = 555$
 $70 = 655$
 $80 = 755$
 $90 = 855$
 $100 = 955$
 1055

$1991 - 2000 = 55 + 1990$
 $1990 \cdot 10 + 55 = 19955$
 $[2000 incluido]$
 $2001 + 2002 + 2003 + 2004 + 2005 + 2006 +$
 $2007 + 2008 + 2009 + 2010 + 2011 + 2012 +$
 $2013 + 2014 + 2015 + 2016 + 2017 + 2018 =$
 $= 2000 \cdot 180 + \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18}{55}$
 $[2001-2018] = 200000 + 55 \cdot 116 = 360171$

El resultat de la operació és : ~~360171~~ ~~19955~~ ~~360171~~

1991 hasta año 2000
 año 2001 - 2018
 la suma de todos los posibilidades con 55
 $(155, 255, 355, 455, 555, 655, 755, 855, 955, 55)$

$19955 + 360171 + 19955 +$
 $380126 +$
 $380126 + 5050 \cdot 19 + 19000 + 18000 + 17000 + \dots$
 $380126 + 95950 + 190 \cdot (1000) =$
 $= 666016$

Estrategia de reducir el problema a otro más fácil al dividirlo en sumas parciales

Problema 3 – Provincial

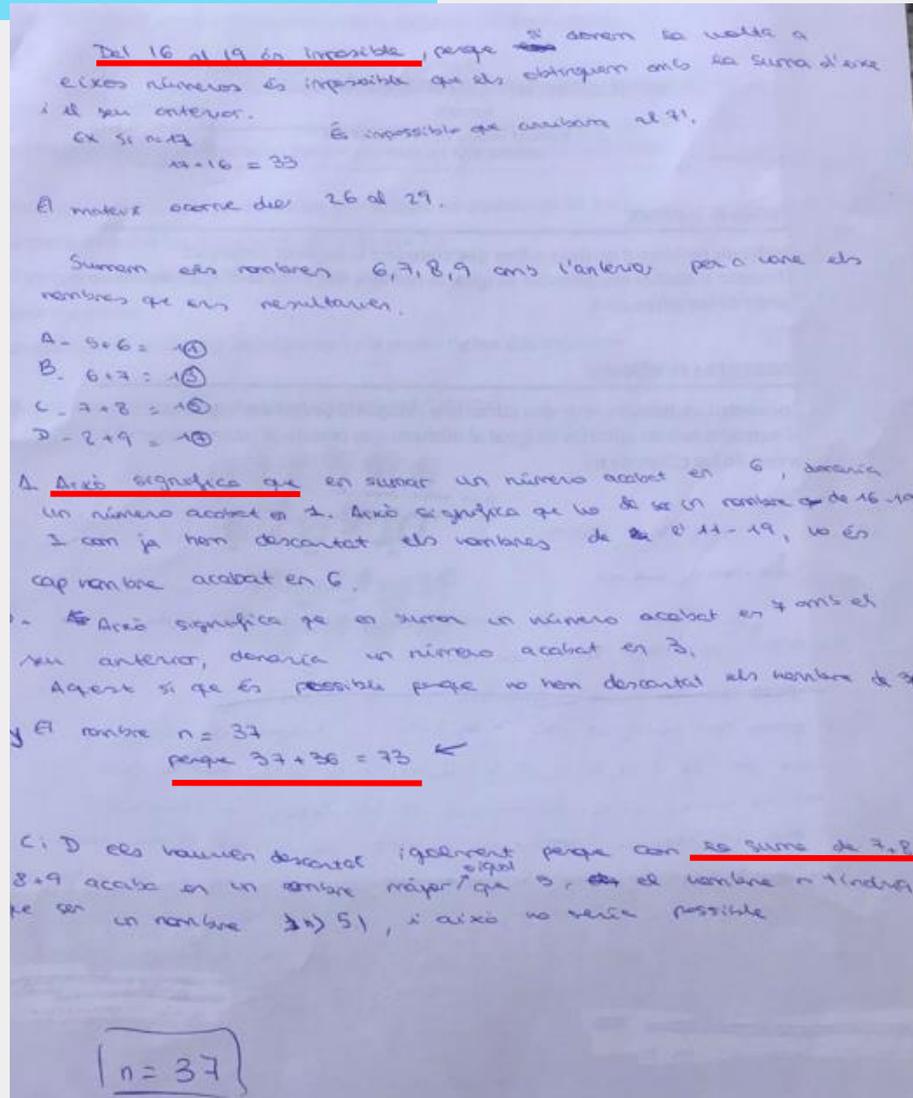
B19/M168

Problemática

Mètode

Resultados

Conclusiones



Estrategia de análisis de diferentes posibilidades

Problema 4 de la Fase Provincial

B19/M168

Problemática

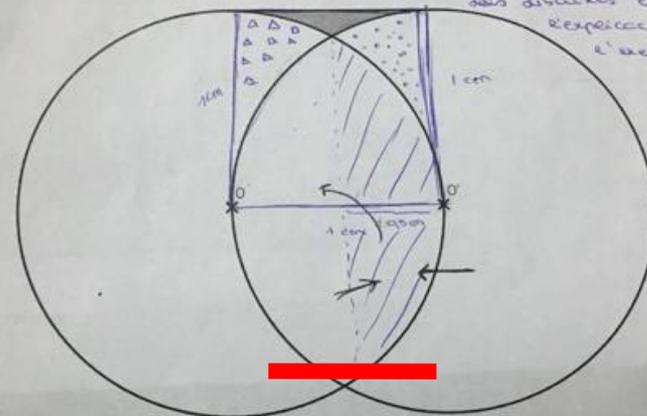
Mètode

Resultados

Conclusiones

4. SOBRE CIRCUNFERENCIAS

Cuánto vale el área de la zona sombreada si el radio de las circunferencias es de 1 cm.



Es aleshores $\frac{1}{4}$ del cercle

$$A_{\text{quart}} = \frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{1}{4} \pi 1^2 = 0,79 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{quadrat inscrit}} = s^2 = 1 \text{ cm}^2$$

Fem com si fóra la meitat d'un casquet esfèric de radi 0,5, després a que és la meitat de la figura formada

$$A_{\text{casquet}} = \dots$$

... l'àrea del casquet, ens donaria la zona rotjada, que podem traslladar la part rotjada de baix dels centres (marcada amb lletres negres) A la part de dalt, com ho indicava amb lletres negres

Aleshores se fa traspasar l'àrea ocupada pel casquet, i si la restem a l'àrea del quart de cercle, obtenim la part senyalitzada amb punts. Aquesta part és la meitat que la que hi ha simètric a l'altre banda (marcada amb triangles).

Com ja coneixem l'àrea del quadrat simplement i coneixem tot menys la zona ombrejada, podem restar tot el que tenim el total de

Estrategia de visualización interna apoyada en el dibujo

Problema 5 – Provincial

B19/M168

Problemática

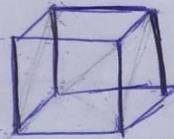
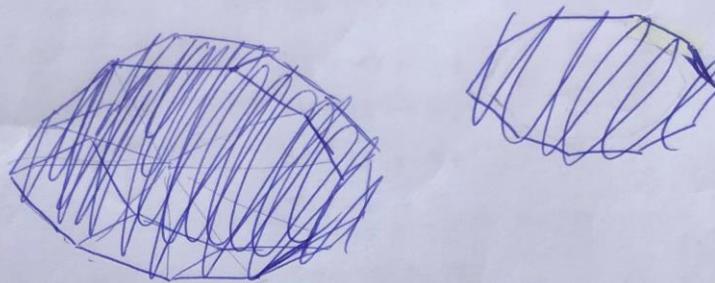
Mètode

Resultados

Conclusiones

5. CONTADO TRIÁNGULOS

Tres vértices cualesquiera de un hexaedro regular forman un triángulo. De todos estos triángulos, ¿cuántos hay que no tienen todos sus vértices en la misma cara del hexaedro?



Considerant que els triangles formats en 1 mateixa cara no són aplicables al problema, haurien de poder formar triangles amb vèrtexs en diferents cares els que es troben per l'interior del triàngle,



Utilitzant les 4 arestes,

amb altre costat que sigui la diagonal d'una de les cares, es formen 8 triangles,

Si notem el triangle, es formen altres 8 triangles amb les cares que ara són arestes horitzontals, i el mateix amb les altres 4 arestes.

~~El~~ total es formen 32 triangles en un hexaedre.

Estrategia de visualización apoyada en el diseño de un dibujo

Estrategia de resolución de problemas

Problemática

Mètode

Resultados

Conclusiones

B06/M130

Problema 1 – Provincial

B06/M130

ENTR: Sobre los problemas aritméticos ...

B06/M130: El comarcal lo hice bien, sí, era el más fácil, ..., el provincial lo hice pero no con tanta seguridad ...

ENTR: Se pone a resolverlo

B06/M130: Si juegas 100 partidas ...

ENTR: Le enseñó lo que hizo, ...,

B06/M130: Entendí mal que no se te daba un € por la partida 30, 40, 60, 80, 90

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

M130-806

① Si juegas 100 partidas te tienes que gastar 100 €
10, 30, 40, 60, 80, 90 → 1€ por partida. 6 €.

$$100 - 6 - 20 - 20 - 10 = 54 \text{ €}.$$

Entendí mal que no se te daba un € por la
partida 30, 40, 60, 80, 90.

Estrategia en que, seleccionado la operación adecuada, **utiliza todos los datos.** Soluciona

Problema 4 – Provincial

B06/M130

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

4. SOBRE CIRCUNFERENCIAS

Cuánto vale el área de la zona sombreada si el radio de las circunferencias es de 1 cm.

$h^2 = 0.25^2 + 0.25^2$
 $h^2 = 0.125$
 $h = \pm \sqrt{0.125}$
 $h \approx \pm 0.353534$

$A_{\text{cuadrado}} = L^2$
 $A_{\text{cu}} = 1 \cdot 1 = 1 \text{ cm}^2$
 $A_{\text{sombreada}} = A_{1/4 \text{ circulo}} - \frac{1}{2} \text{ cuadrado}$
 $A_{\text{circulo}} = \pi \cdot r^2$
 $A_{\text{ci}} = \pi \cdot 1^2$
 $A_{\text{ci}} = \pi$
 $\frac{1}{4} A_{\text{ci}} = \frac{1}{4} \pi = 0.78539 \dots$
 $\frac{1}{2} A_{\text{cu}} = 1 : 2 = 0.5 \text{ cm}$
 $A_s = 0.2853981634$

Estrategia de visualización externa apoyada en el dibujo

Estrategia de resolución de problemas

Problemática

Mètode

Resultados

Conclusiones

B14/M154

Problema 5 de la Fase Comarcal

B14/M154

Problemática
Mètode
Resultados
Conclusiones

5. LA OPERACIÓN
Calcula el resultado de la siguiente operación:
 $2018^2 - 2017^2 + 2016^2 - 2015^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$

R. orientativo: la resta de dos números al cuadrado que sean pegados es igual a la suma de ambos sin estar al cuadrado.

5. LA OPERACIÓN
Calcula el resultado de la siguiente operación:
 $2018^2 - 2017^2 + 2016^2 - 2015^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$

$2018^2 - 2017^2 = 402521$
 $2016^2 - 2015^2 = 403124$
 $2014^2 - 2013^2 = 403727$
 $2012^2 - 2011^2 = 404330$
 $2010^2 - 2009^2 = 404933$
 $2008^2 - 2007^2 = 405536$
 $2006^2 - 2005^2 = 406139$
 $2004^2 - 2003^2 = 406742$
 $2002^2 - 2001^2 = 407345$
 $2000^2 - 1999^2 = 407948$
 $1998^2 - 1997^2 = 408551$
 $1996^2 - 1995^2 = 409154$
 $1994^2 - 1993^2 = 409757$
 $1992^2 - 1991^2 = 410360$
 $1990^2 - 1989^2 = 410963$
 $1988^2 - 1987^2 = 411566$
 $1986^2 - 1985^2 = 412169$
 $1984^2 - 1983^2 = 412772$
 $1982^2 - 1981^2 = 413375$
 $1980^2 - 1979^2 = 413978$
 $1978^2 - 1977^2 = 414581$
 $1976^2 - 1975^2 = 415184$
 $1974^2 - 1973^2 = 415787$
 $1972^2 - 1971^2 = 416390$
 $1970^2 - 1969^2 = 416993$
 $1968^2 - 1967^2 = 417596$
 $1966^2 - 1965^2 = 418199$
 $1964^2 - 1963^2 = 418802$
 $1962^2 - 1961^2 = 419405$
 $1960^2 - 1959^2 = 420008$
 $1958^2 - 1957^2 = 420611$
 $1956^2 - 1955^2 = 421214$
 $1954^2 - 1953^2 = 421817$
 $1952^2 - 1951^2 = 422420$
 $1950^2 - 1949^2 = 423023$
 $1948^2 - 1947^2 = 423626$
 $1946^2 - 1945^2 = 424229$
 $1944^2 - 1943^2 = 424832$
 $1942^2 - 1941^2 = 425435$
 $1940^2 - 1939^2 = 426038$
 $1938^2 - 1937^2 = 426641$
 $1936^2 - 1935^2 = 427244$
 $1934^2 - 1933^2 = 427847$
 $1932^2 - 1931^2 = 428450$
 $1930^2 - 1929^2 = 429053$
 $1928^2 - 1927^2 = 429656$
 $1926^2 - 1925^2 = 430259$
 $1924^2 - 1923^2 = 430862$
 $1922^2 - 1921^2 = 431465$
 $1920^2 - 1919^2 = 432068$
 $1918^2 - 1917^2 = 432671$
 $1916^2 - 1915^2 = 433274$
 $1914^2 - 1913^2 = 433877$
 $1912^2 - 1911^2 = 434480$
 $1910^2 - 1909^2 = 435083$
 $1908^2 - 1907^2 = 435686$
 $1906^2 - 1905^2 = 436289$
 $1904^2 - 1903^2 = 436892$
 $1902^2 - 1901^2 = 437495$
 $1900^2 - 1899^2 = 438098$
 $1898^2 - 1897^2 = 438701$
 $1896^2 - 1895^2 = 439304$
 $1894^2 - 1893^2 = 439907$
 $1892^2 - 1891^2 = 440510$
 $1890^2 - 1889^2 = 441113$
 $1888^2 - 1887^2 = 441716$
 $1886^2 - 1885^2 = 442319$
 $1884^2 - 1883^2 = 442922$
 $1882^2 - 1881^2 = 443525$
 $1880^2 - 1879^2 = 444128$
 $1878^2 - 1877^2 = 444731$
 $1876^2 - 1875^2 = 445334$
 $1874^2 - 1873^2 = 445937$
 $1872^2 - 1871^2 = 446540$
 $1870^2 - 1869^2 = 447143$
 $1868^2 - 1867^2 = 447746$
 $1866^2 - 1865^2 = 448349$
 $1864^2 - 1863^2 = 448952$
 $1862^2 - 1861^2 = 449555$
 $1860^2 - 1859^2 = 450158$
 $1858^2 - 1857^2 = 450761$
 $1856^2 - 1855^2 = 451364$
 $1854^2 - 1853^2 = 451967$
 $1852^2 - 1851^2 = 452570$
 $1850^2 - 1849^2 = 453173$
 $1848^2 - 1847^2 = 453776$
 $1846^2 - 1845^2 = 454379$
 $1844^2 - 1843^2 = 454982$
 $1842^2 - 1841^2 = 455585$
 $1840^2 - 1839^2 = 456188$
 $1838^2 - 1837^2 = 456791$
 $1836^2 - 1835^2 = 457394$
 $1834^2 - 1833^2 = 457997$
 $1832^2 - 1831^2 = 458600$
 $1830^2 - 1829^2 = 459203$
 $1828^2 - 1827^2 = 459806$
 $1826^2 - 1825^2 = 460409$
 $1824^2 - 1823^2 = 461012$
 $1822^2 - 1821^2 = 461615$
 $1820^2 - 1819^2 = 462218$
 $1818^2 - 1817^2 = 462821$
 $1816^2 - 1815^2 = 463424$
 $1814^2 - 1813^2 = 464027$
 $1812^2 - 1811^2 = 464630$
 $1810^2 - 1809^2 = 465233$
 $1808^2 - 1807^2 = 465836$
 $1806^2 - 1805^2 = 466439$
 $1804^2 - 1803^2 = 467042$
 $1802^2 - 1801^2 = 467645$
 $1800^2 - 1799^2 = 468248$
 $1798^2 - 1797^2 = 468851$
 $1796^2 - 1795^2 = 469454$
 $1794^2 - 1793^2 = 470057$
 $1792^2 - 1791^2 = 470660$
 $1790^2 - 1789^2 = 471263$
 $1788^2 - 1787^2 = 471866$
 $1786^2 - 1785^2 = 472469$
 $1784^2 - 1783^2 = 473072$
 $1782^2 - 1781^2 = 473675$
 $1780^2 - 1779^2 = 474278$
 $1778^2 - 1777^2 = 474881$
 $1776^2 - 1775^2 = 475484$
 $1774^2 - 1773^2 = 476087$
 $1772^2 - 1771^2 = 476690$
 $1770^2 - 1769^2 = 477293$
 $1768^2 - 1767^2 = 477896$
 $1766^2 - 1765^2 = 478499$
 $1764^2 - 1763^2 = 479102$
 $1762^2 - 1761^2 = 479705$
 $1760^2 - 1759^2 = 480308$
 $1758^2 - 1757^2 = 480911$
 $1756^2 - 1755^2 = 481514$
 $1754^2 - 1753^2 = 482117$
 $1752^2 - 1751^2 = 482720$
 $1750^2 - 1749^2 = 483323$
 $1748^2 - 1747^2 = 483926$
 $1746^2 - 1745^2 = 484529$
 $1744^2 - 1743^2 = 485132$
 $1742^2 - 1741^2 = 485735$
 $1740^2 - 1739^2 = 486338$
 $1738^2 - 1737^2 = 486941$
 $1736^2 - 1735^2 = 487544$
 $1734^2 - 1733^2 = 488147$
 $1732^2 - 1731^2 = 488750$
 $1730^2 - 1729^2 = 489353$
 $1728^2 - 1727^2 = 489956$
 $1726^2 - 1725^2 = 490559$
 $1724^2 - 1723^2 = 491162$
 $1722^2 - 1721^2 = 491765$
 $1720^2 - 1719^2 = 492368$
 $1718^2 - 1717^2 = 492971$
 $1716^2 - 1715^2 = 493574$
 $1714^2 - 1713^2 = 494177$
 $1712^2 - 1711^2 = 494780$
 $1710^2 - 1709^2 = 495383$
 $1708^2 - 1707^2 = 495986$
 $1706^2 - 1705^2 = 496589$
 $1704^2 - 1703^2 = 497192$
 $1702^2 - 1701^2 = 497795$
 $1700^2 - 1699^2 = 498398$
 $1698^2 - 1697^2 = 498901$
 $1696^2 - 1695^2 = 499504$
 $1694^2 - 1693^2 = 500107$
 $1692^2 - 1691^2 = 500710$
 $1690^2 - 1689^2 = 501313$
 $1688^2 - 1687^2 = 501916$
 $1686^2 - 1685^2 = 502519$
 $1684^2 - 1683^2 = 503122$
 $1682^2 - 1681^2 = 503725$
 $1680^2 - 1679^2 = 504328$
 $1678^2 - 1677^2 = 504931$
 $1676^2 - 1675^2 = 505534$
 $1674^2 - 1673^2 = 506137$
 $1672^2 - 1671^2 = 506740$
 $1670^2 - 1669^2 = 507343$
 $1668^2 - 1667^2 = 507946$
 $1666^2 - 1665^2 = 508549$
 $1664^2 - 1663^2 = 509152$
 $1662^2 - 1661^2 = 509755$
 $1660^2 - 1659^2 = 510358$
 $1658^2 - 1657^2 = 510961$
 $1656^2 - 1655^2 = 511564$
 $1654^2 - 1653^2 = 512167$
 $1652^2 - 1651^2 = 512770$
 $1650^2 - 1649^2 = 513373$
 $1648^2 - 1647^2 = 513976$
 $1646^2 - 1645^2 = 514579$
 $1644^2 - 1643^2 = 515182$
 $1642^2 - 1641^2 = 515785$
 $1640^2 - 1639^2 = 516388$
 $1638^2 - 1637^2 = 516991$
 $1636^2 - 1635^2 = 517594$
 $1634^2 - 1633^2 = 518197$
 $1632^2 - 1631^2 = 518800$
 $1630^2 - 1629^2 = 519403$
 $1628^2 - 1627^2 = 520006$
 $1626^2 - 1625^2 = 520609$
 $1624^2 - 1623^2 = 521212$
 $1622^2 - 1621^2 = 521815$
 $1620^2 - 1619^2 = 522418$
 $1618^2 - 1617^2 = 523021$
 $1616^2 - 1615^2 = 523624$
 $1614^2 - 1613^2 = 524227$
 $1612^2 - 1611^2 = 524830$
 $1610^2 - 1609^2 = 525433$
 $1608^2 - 1607^2 = 526036$
 $1606^2 - 1605^2 = 526639$
 $1604^2 - 1603^2 = 527242$
 $1602^2 - 1601^2 = 527845$
 $1600^2 - 1599^2 = 528448$
 $1598^2 - 1597^2 = 529051$
 $1596^2 - 1595^2 = 529654$
 $1594^2 - 1593^2 = 530257$
 $1592^2 - 1591^2 = 530860$
 $1590^2 - 1589^2 = 531463$
 $1588^2 - 1587^2 = 532066$
 $1586^2 - 1585^2 = 532669$
 $1584^2 - 1583^2 = 533272$
 $1582^2 - 1581^2 = 533875$
 $1580^2 - 1579^2 = 534478$
 $1578^2 - 1577^2 = 535081$
 $1576^2 - 1575^2 = 535684$
 $1574^2 - 1573^2 = 536287$
 $1572^2 - 1571^2 = 536890$
 $1570^2 - 1569^2 = 537493$
 $1568^2 - 1567^2 = 538096$
 $1566^2 - 1565^2 = 538699$
 $1564^2 - 1563^2 = 539302$
 $1562^2 - 1561^2 = 539905$
 $1560^2 - 1559^2 = 540508$
 $1558^2 - 1557^2 = 541111$
 $1556^2 - 1555^2 = 541714$
 $1554^2 - 1553^2 = 542317$
 $1552^2 - 1551^2 = 542920$
 $1550^2 - 1549^2 = 543523$
 $1548^2 - 1547^2 = 544126$
 $1546^2 - 1545^2 = 544729$
 $1544^2 - 1543^2 = 545332$
 $1542^2 - 1541^2 = 545935$
 $1540^2 - 1539^2 = 546538$
 $1538^2 - 1537^2 = 547141$
 $1536^2 - 1535^2 = 547744$
 $1534^2 - 1533^2 = 548347$
 $1532^2 - 1531^2 = 548950$
 $1530^2 - 1529^2 = 549553$
 $1528^2 - 1527^2 = 550156$
 $1526^2 - 1525^2 = 550759$
 $1524^2 - 1523^2 = 551362$
 $1522^2 - 1521^2 = 551965$
 $1520^2 - 1519^2 = 552568$
 $1518^2 - 1517^2 = 553171$
 $1516^2 - 1515^2 = 553774$
 $1514^2 - 1513^2 = 554377$
 $1512^2 - 1511^2 = 554980$
 $1510^2 - 1509^2 = 555583$
 $1508^2 - 1507^2 = 556186$
 $1506^2 - 1505^2 = 556789$
 $1504^2 - 1503^2 = 557392$
 $1502^2 - 1501^2 = 557995$
 $1500^2 - 1499^2 = 558598$
 $1498^2 - 1497^2 = 559201$
 $1496^2 - 1495^2 = 559804$
 $1494^2 - 1493^2 = 560407$
 $1492^2 - 1491^2 = 561010$
 $1490^2 - 1489^2 = 561613$
 $1488^2 - 1487^2 = 562216$
 $1486^2 - 1485^2 = 562819$
 $1484^2 - 1483^2 = 563422$
 $1482^2 - 1481^2 = 564025$
 $1480^2 - 1479^2 = 564628$
 $1478^2 - 1477^2 = 565231$
 $1476^2 - 1475^2 = 565834$
 $1474^2 - 1473^2 = 566437$
 $1472^2 - 1471^2 = 567040$
 $1470^2 - 1469^2 = 567643$
 $1468^2 - 1467^2 = 568246$
 $1466^2 - 1465^2 = 568849$
 $1464^2 - 1463^2 = 569452$
 $1462^2 - 1461^2 = 570055$
 $1460^2 - 1459^2 = 570658$
 $1458^2 - 1457^2 = 571261$
 $1456^2 - 1455^2 = 571864$
 $1454^2 - 1453^2 = 572467$
 $1452^2 - 1451^2 = 573070$
 $1450^2 - 1449^2 = 573673$
 $1448^2 - 1447^2 = 574276$
 $1446^2 - 1445^2 = 574879$
 $1444^2 - 1443^2 = 575482$
 $1442^2 - 1441^2 = 576085$
 $1440^2 - 1439^2 = 576688$
 $1438^2 - 1437^2 = 577291$
 $1436^2 - 1435^2 = 577894$
 $1434^2 - 1433^2 = 578497$
 $1432^2 - 1431^2 = 579100$
 $1430^2 - 1429^2 = 579703$
 $1428^2 - 1427^2 = 580306$
 $1426^2 - 1425^2 = 580909$
 $1424^2 - 1423^2 = 581512$
 $1422^2 - 1421^2 = 582115$
 $1420^2 - 1419^2 = 582718$
 $1418^2 - 1417^2 = 583321$
 $1416^2 - 1415^2 = 583924$
 $1414^2 - 1413^2 = 584527$
 $1412^2 - 1411^2 = 585130$
 $1410^2 - 1409^2 = 585733$
 $1408^2 - 1407^2 = 586336$
 $1406^2 - 1405^2 = 586939$
 $1404^2 - 1403^2 = 587542$
 $1402^2 - 1401^2 = 588145$
 $1400^2 - 1399^2 = 588748$
 $1398^2 - 1397^2 = 589351$
 $1396^2 - 1395^2 = 589954$
 $1394^2 - 1393^2 = 590557$
 $1392^2 - 1391^2 = 591160$
 $1390^2 - 1389^2 = 591763$
 $1388^2 - 1387^2 = 592366$
 $1386^2 - 1385^2 = 592969$
 $1384^2 - 1383^2 = 593572$
 $1382^2 - 1381^2 = 594175$
 $1380^2 - 1379^2 = 594778$
 $1378^2 - 1377^2 = 595381$
 $1376^2 - 1375^2 = 595984$
 $1374^2 - 1373^2 = 596587$
 $1372^2 - 1371^2 = 597190$
 $1370^2 - 1369^2 = 597793$
 $1368^2 - 1367^2 = 598396$
 $1366^2 - 1365^2 = 598999$
 $1364^2 - 1363^2 = 599602$
 $1362^2 - 1361^2 = 600205$
 $1360^2 - 1359^2 = 600808$
 $1358^2 - 1357^2 = 601411$
 $1356^2 - 1355^2 = 602014$
 $1354^2 - 1353^2 = 602617$
 $1352^2 - 1351^2 = 603220$
 $1350^2 - 1349^2 = 603823$
 $1348^2 - 1347^2 = 604426$
 $1346^2 - 1345^2 = 605029$
 $1344^2 - 1343^2 = 605632$
 $1342^2 - 1341^2 = 606235$
 $1340^2 - 1339^2 = 606838$
 $1338^2 - 1337^2 = 607441$
 $1336^2 - 1335^2 = 608044$
 $1334^2 - 1333^2 = 608647$
 $1332^2 - 1331^2 = 609250$
 $1330^2 - 1329^2 = 609853$
 $1328^2 - 1327^2 = 610456$
 $1326^2 - 1325^2 = 611059$
 $1324^2 - 1323^2 = 611662$
 $1322^2 - 1321^2 = 612265$
 $1320^2 - 1319^2 = 612868$
 $1318^2 - 1317^2 = 613471$
 $1316^2 - 1315^2 = 614074$
 $1314^2 - 1313^2 = 614677$
 $1312^2 - 1311^2 = 615280$
 $1310^2 - 1309^2 = 615883$
 $1308^2 - 1307^2 = 616486$
 $1306^2 - 1305^2 = 617089$
 $1304^2 - 1303^2 = 617692$
 $1302^2 - 1301^2 = 618295$
 $1300^2 - 1299^2 = 618898$
 $1298^2 - 1297^2 = 619501$
 $1296^2 - 1295^2 = 620104$
 $1294^2 - 1293^2 = 620707$
 $1292^2 - 1291^2 = 621310$
 $1290^2 - 1289^2 = 621913$
 $1288^2 - 1287^2 = 622516$
 $1286^2 - 1285^2 = 623119$
 $1284^2 - 1283^2 = 623722$
 $1282^2 - 1281^2 = 624325$
 $1280^2 - 1279^2 = 624928$
 $1278^2 - 1277^2 = 625531$
 $1276^2 - 1275^2 = 626134$
 $1274^2 - 1273^2 = 626737$
 $1272^2 - 1271^2 = 627340$
 $1270^2 - 1269^2 = 627943$
 $1268^2 - 1267^2 = 628546$
 $1266^2 - 1265^2 = 629149$
 $1264^2 - 1263^2 = 629752$
 $1262^2 - 1261^2 = 630355$
 $1260^2 - 1259^2 = 630958$
 $1258^2 - 1257^2 = 631561$
 $1256^2 - 1255^2 = 632164$
 $1254^2 - 1253^2 = 632767$
 $1252^2 - 1251^2 = 633370$
 $1250^2 - 1249^2 = 633973$
 $1248^2 - 1247^2 = 634576$
 $1246^2 - 1245^2 = 635179$

Problema 5 de la Fase Comarcal

B14/M154

Problemática
Mètode
Resultados
Conclusiones

5. L'OPERACIÓ
Calcula el resultat de la següent operació: $2014^2 - 2012^2 + 2014^2 - 2015^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$

5. LA OPERACIÓN
Calcula el resultado de la siguiente operación: $2014^2 - 2012^2 + 2014^2 - 2015^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$

R. orientativa: la resta de dos números al cuadrado que están pegados es igual a la suma de ambos sin estar al cuadrado.

$100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \dots$
 $+ 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$
 $100^2 - 1^2 = 9999$
 $100^2 + 1^2 = 10001$
 $-99^2 + 2^2$

$+ 2012^2 = 4072324$
 $- 2017^2 = 4068289$
 $+ 2016^2 = 4064256$

$9066 \quad 17093$
 $4064262 \quad 4060237$

$17-17 = 4035$
 $16-15 = 4031$
 $11-13 = 4027$

$17+16 = 9732545$
 $15+14 = 216421$
 $13+12 = 2100313$

16124
 1608

Respuesta:

$4035 + 4031 + 4027 + 4023 + 4019 + 4015 + 4011 + 4007 + 4003 + 3999$

101 veces \rightarrow cada 100 números \rightarrow 25 operaciones + 1
 $25 \times 4 + 1 = 101$

$9066 \quad 17093 - 16116$
 $4027 \quad 4023$



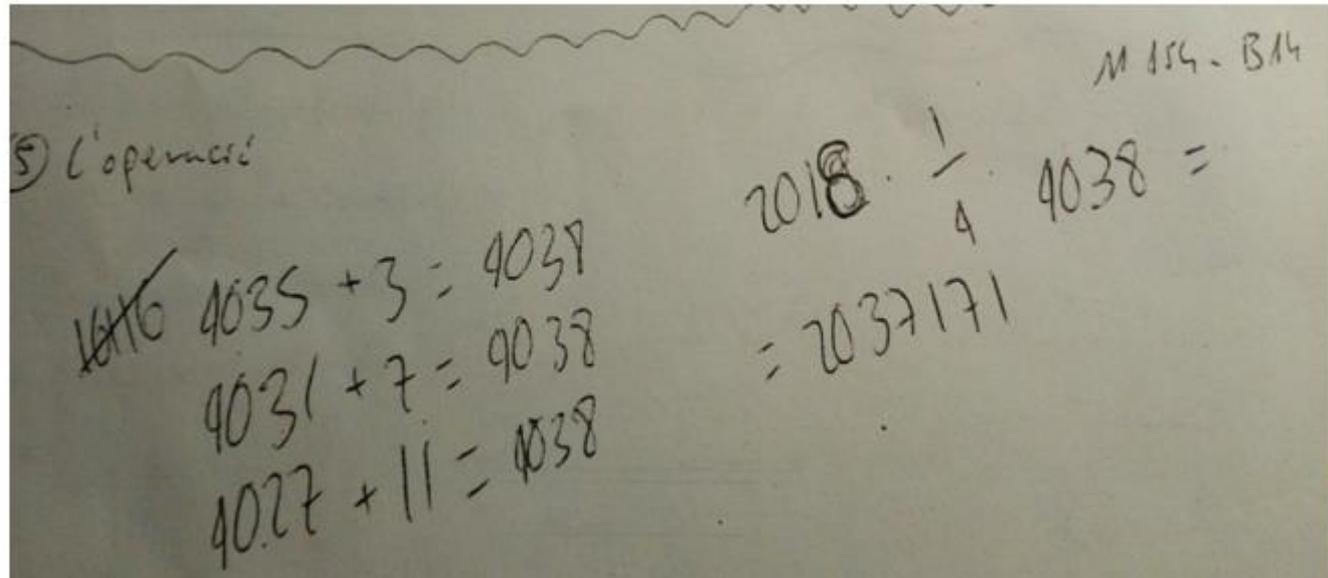
Problema 5 de la Fase Comarcal

B14/M154

ENTR: ¿Podrías continuar con la primera estrategia?

B14/M154: ¿Con un segundo patrón? ...

B14/M154: $2018 \cdot \frac{1}{4} \cdot 4038 = 2037171$, ..., dividimos por 4 porque en cada suma de las anteriores hay cuatro números



Estrategia de rectificación

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

Problema 2 de la Fase Provincial

B14/M154

ENTR: Sobre los problemas de la fase provincial

B14/M154: Los dos primeros eran muy, ..., había que pensar, pero eran fáciles, el 2 lo hice, probé unos números y creo que me salió bien; el 3 lo hice con una tabla, y creo que la opción d era la correcta, más o menos fácil también; el 4 de geometría es lo que llevo peor; i el 5 del hexaedro, no sabía que figura era.

El número que he podido encontrar ha sido el 37, puesto que al sumarle el anterior; 36, obtengo el 73, que es el 37 pero con el orden de las cifras cambiado.

No hay evidencias de la estrategia utilizada

Problemática

Mètode

Resultados

Conclusiones

1. Problemática
2. Diseño de la investigación
3. Resultados
4. **Conclusiones y discusión**

Estrategias identificadas

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

- 1) Generalización de un resultado parcial
- 2) Selección de la operación adecuada
- 3) Utilización de todos los datos
- 4) Prueba y error
- 5) Buscar regularidades
- 6) Visualización externa
- 7) Visualización interna
- 8) Reducir el problema a otro más fácil
- 9) Analizar diferentes posibilidades, excluyendo las que no cumplen las condiciones establecidas
- 10) Rectificación, iniciar una vía que se abandona, reiniciar el proceso encontrando otra vía solución

DISCUSIÓN

Nuestros resultados muestran que:

- **la utilización de una estrategia reflexiva adecuada al contexto del problema no siempre lo soluciona**
corroborando lo que indica Gasco-Txabarri (2017)
- **los problemas de las Olimpiadas Matemáticas deben de considerarse un poderoso instrumento para elaborar materiales didácticos útiles para las clases**
corroborando lo que indican Martínez (2007) y Oliu (2015)
- **las estrategias de resolución de problemas deberían formar parte del contenido que ha de ser enseñado**

Problemàtica

Mètode

Resultats

Conclusions

AGRADECIMIENTOS

- 1. Al alumnado de tercero y cuarto de ESO**
que participó en las fases comarcal y provincial de las Olimpiadas Matemáticas celebradas en Alacant durante el curso 2018/2019
- 2. Al profesorado:**

Noemí Armengol	(Mariló)
Mari Paz Muñoz	(Jorge)
José Aurelio Pina	(Elena)
Roberto Selva	(Inés)

Estrategias de resolución

Al resolver problemas matemáticos, ponemos en práctica **estrategias** como:

Comprender el problema; considerar casos sencillos; buscar regularidades; hacer una figura o un diagrama; particularizar; generalizar; analizar posibilidades

(Grupo Cero, 1989)

Elegir el número adecuado al contexto; seleccionar la operación más útil en cada caso; **utilizar distintas estrategias a la vez**

(Botella, Millán, Pérez, y Cantó, 2007)

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

Estrategias de resolución

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

La resolución de problemas **estuvo** presente en el currículo, **concebida a la manera heurística**, pero con las múltiples modificaciones **desapareció** todo rastro de heurística

(Puig, 2008)

La nueva ley permite el optimismo puesto que volvemos a encontrar las estrategias de resolución como **la analogía, la estimación, el ensayo y error, la búsqueda de patrones y la visualización**

(Real Decreto, 2022)

Estadios en la resolución de un problema

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

ESTADIOS EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA

1. No comprenden el problema/Estrategia irreflexiva
2. Comprenden el problema. Utilizan una estrategia irreflexiva
3. Comprenden el problema. Utilizan una estrategia reflexiva que resuelve el problema de manera parcial
4. Comprenden el problema. Utilizan una estrategia reflexiva que resuelve el problema

Entrevista Problema 1 – Provincial

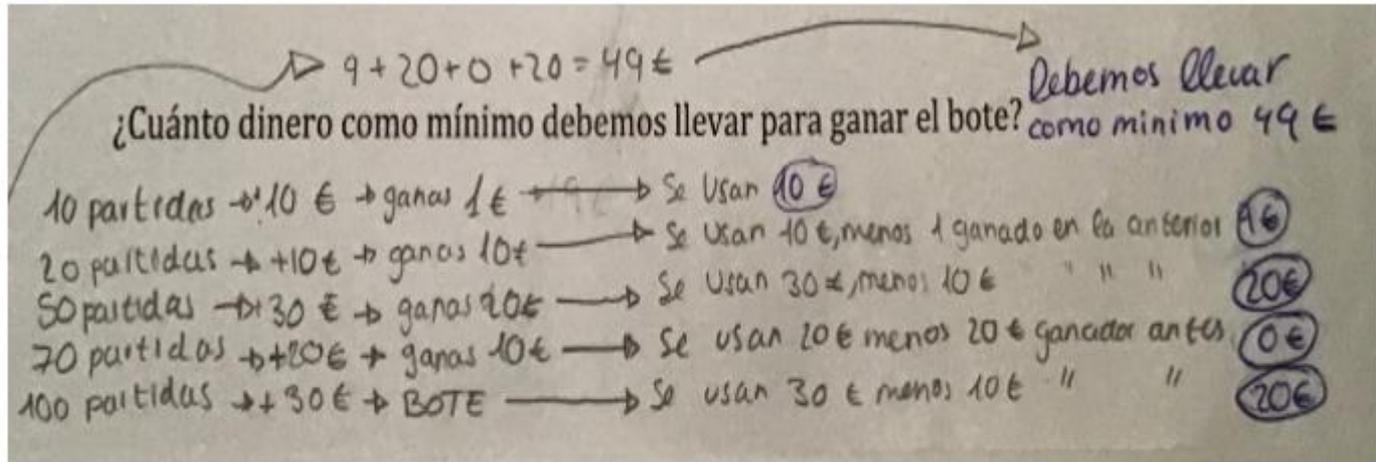
B20/M170

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones



B20/M170: Yo me imaginé la máquina, el dinero que ponía era positivo y lo que ganaba era negativo. 10 partidas, gastas 10€, ganas 1€; 20 partidas, 10€, ganas 10€; 50 partidas, 10€, ganas 20€".

ENTR: ¿Por qué pasas de la 20 a la 50?"

B20/M170: De la 20 a la 30, no te dan nada, ..., aaaa, ..., ganas 1€"

Estrategia Problema 2 – Provincial

B20/M170

B20/M170: Yo al principio iba un poco nerviosa, iba haciendo, y al final me salió bastante bien, ..., no los hice todos seguidos, los hice salteados ... más fáciles, el problema 1 de la comarcal que lo hice de tres formas distintas, y los problemas 2 y 3 de la provincial, el del hexaedro no me salía, pero cuando vi la figura, no sé si lo terminé, creo que no, no me dio tiempo; y más difíciles, la geometría no se me da muy bien, la geometría es compleja".

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

2. ENCUENTRA EL NÚMERO

Encuentra un número n de dos cifras que cumpla la propiedad siguiente:
Al sumar n con su anterior es igual al número que resulta al intercambiar el orden de las cifras de n .

$n \rightarrow 2$ cifras

$n + (n-1) = m$

$n = \begin{array}{r} x y \\ + x (y-1) \\ \hline y x \end{array}$

$23 \rightarrow 22 = 45$

$29 + 28 = 57$

$12 + 11 = 23$

$24 + 23 = 47$

$36 + 35 = 71$

$48 + 47 = 95$

$49 + 48 = 97$

$47 + 46 = 93$

$37 + 36 = 73$

$N = 37 \quad (37 + 36 = 73)$

Estrategia de prueba y error

Entrevista Problema 1 – Provincial

B20/M170

B20/M170: 10 partidas, gastas 10€, ganas 1€; ...; y 100 partidas, gastas 10€, gana el bote", necesitaría 54€"; ..., había entendido solo 10 justas, que a las 10 primeras se ganaba 1€, no que cada 10 partidas, por eso **me olvidé de las 30, 40, 60, 80, 90 partidas**

	Gastas	Ganas
10 p	→ 10 €	→ 1 €
20 p	→ 10 €	→ 10 €
30 p	→ 10 €	→ 1 €
40 p	→ 10 €	→ 1 €
60 p	→ 10 €	→ 20 €
80 p	→ 10 €	→ 1 €
70 p	→ 10 €	→ 10 €
80 p	→ 10 €	→ 1 €
90 p	→ 10 €	→ 1 €
100 p	→ 10 €	→ Bote

(54€)

Estrategia en que, seleccionando la operación adecuada, **utiliza todos los datos**. Soluciona

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

ENTR: *¿Cómo ha sido tu participación en las olimpiadas?*

B19/M168: *Mi participación bien, pero me hubiese gustado empezar antes.*

ENTR: *Respecto a los problemas de la fase comarcal ...*

B19/M168: *No entendí bien el enunciado del 1, el 2 me pareció difícil y el 5 también, los más fáciles el 3 y el 4, del área sombreada";*

ENTR: *Respecto a los problemas de la fase provincial ...*

B19/M168: *el más fácil el 1 y el 4, la circunferencia; y más difíciles el 3 y el 5. Esta prueba (provincial) era más fácil que la primera".* |

ENTR: *¿Podrías valorar los dos problemas aritméticos?*

B19/M168: *Más fácil el 1, de la provincial, que el 5 de la comarcal*

ENTR: Sobre las dos pruebas ...

B06/M130: *los problemas de la fase comarcal, ... fáciles el 1 y el 5, la progresión aritmética es fácil, el 2 lo hice por tanteo y creo que me salió bien; y los difíciles el 3, y el 4. El 3 lo intenté sacar por álgebra, pero salían cosas que no tenían sentido, y el 4, saqué el centro, hice divisiones, lo hice por Pitágoras, pero después no sabía cómo seguir.*

B06/M130: *los problemas de la fase provincia, el 1 bastante sencillo, el 2 también, y lo hice por tanteo, bastante sencillo, el 5 lo considero después del 2, y los más difíciles el 3 y el 4, que lo intenté por Pitágoras.*

B06/M130: *Esta prueba (provincial) es más compleja que la comarcal ..., y en las dos pruebas los de geometría son complejos, ..., en las dos pruebas el 3 y el 4 son difíciles".*

Problemática

Mètode

Resultados

Conclusiones

Estrategia de resolución de problemas

B06/M130

Problemática

Método

Resultados

Conclusiones

2. ENCUENTRA EL NÚMERO

Encuentra un número n de dos cifras que cumpla la propiedad siguiente:
Al sumar n con su anterior es igual al número que resulta al intercambiar el orden de las cifras de n .

$n =$ un número

n está formado por x y y

$$n = 10x + y$$

$$\bullet 10x + y + 10x + y - 1 = 10y + x$$

$$20x + 2y - 1 = 10y + x$$

• Puede ser del 10 al 50 porque después vienen números de 3 cifras.

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Solución = El número es 37

$$| 36 + 37 = 73 |$$

Estrategia de prueba y error