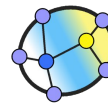


JÀEM²⁰
València 2022



Gobierno de Canarias
Consejería de Educación,
Universidades, Cultura y Deportes
Dirección General de Ordenación,
Innovación y Calidad



GeoGebra ... Problem?

Estrategia específica

Ángel Antonio García Marrero - @anagrama
Juan Agustín Noda Gómez - @JNodGom

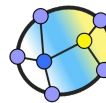


JÀEM²⁰

València 2022



Gobierno de Canarias
Consejería de Educación



GeoGebra ... Problem?

Estrategia específica

- I. **Introducción**
- II. **Antes de empezar**
- III. **Breve iniciación a GeoGebra**
- IV. **¿Preparado para tu primer reto?**
- V. **GeoGebra como estrategia específica**
- VI. **Otros instrumentos de evaluación**

Bloque IV. Módulo II. Resolución de problemas con GEOGEBRA

I. Introducción

¿Puede ser GeoGebra una estrategia específica de resolución de problemas?

[Ver vídeo 1](#)

[Ver vídeo 2](#)

¿Las construcciones anteriores responden a nuestra pregunta?

Objetivos

- Conocer ciertas posibilidades didácticas de GeoGebra en el currículo de PRIMARIA y la ESO en relación de resolución de problemas.
- Incorporar la herramienta GeoGebra como estrategia específica de resolución de problemas dentro de la estrategia general de resolución de problemas que propone el Proyecto Matemáticas Newton Canarias (MNC en adelante).
- Utilizar el programa GeoGebra como estrategia específica de modelización dinámica, como estrategia específica de organización de la información en general y con todas sus técnicas; y como estrategia específica Ensayo y Error.

Bloque IV. Módulo II. Resolución de problemas con GEOGEBRA

II. Antes de empezar...

Técnica: Lanzamiento de la bola de papel

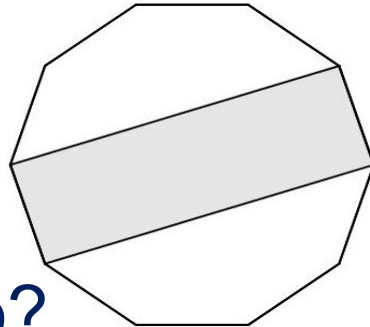


1- ¿Qué esperas de este taller?

2- ¿Cuál es tu nivel de GeoGebra?



3- ¿Cuál es la relación de área sombreada en este decágono?



Eduardo Sáenz de Cabezón
@edusadeci

23:49 - 1 jul. 2018

III. Breve iniciación a GeoGebra

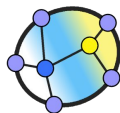
¿Qué es GeoGebra?

Es un software...

- ...matemáticas para todo nivel educativo.
- ...que reúne y **conecta** gráfica y **dinámicamente**: álgebra y geometría, análisis y hojas de cálculo.
- ... con potentes herramientas en armonía con una **interfaz intuitiva** y **ágil**.
- ... de herramienta de autoría para crear materiales de aprendizaje interactivos como páginas web.
- ... que congrega a una comunidad de usuarios vital y en crecimiento.
- ... donde los usuarios comparten diseños y aplicaciones de GeoGebra.
- ... que armoniza lo experimental y lo conceptual para experimentar una organización didáctica y disciplinar que cruza matemática, ciencias, ingeniería y tecnología (STEM).


Visitemos la WEB de GeoGebra

Instituto de GeoGebra de Canarias (IGCan)



U5WR 8UK

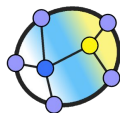
GeoGebra...problem? JAEM 2022

Únete a la lección en www.geogebra.org/classroom/u5wr8uxk 

o ingresa este código en www.geogebra.org/classroom

recorte rectangular

U5WR 8UXK

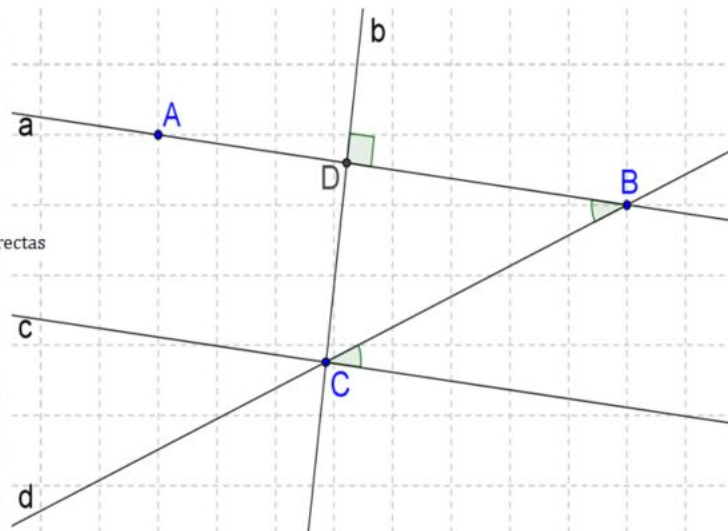


U5WR 8UXK

Iniciación a GeoGebra (I)

nº	Nombre	Ico...	Definición
1	Punto A		
2	Punto B		
3	Recta a		Recta que pasa por A, B
4	Punto C		
5	Recta b		Recta que pasa por C
6	Punto D		Punto de intersección de las rectas
7	Recta c		Recta que pasa por C paralela a a
8	Recta d		Recta que pasa por C, B
9	Ángulo α		Ángulo entre D, B, C
10	Ángulo β		Ángulo entre c, d
11	Ángulo γ		Ángulo entre a, b

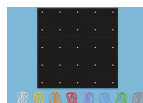
Actividad 1: Completa y construye estas rectas siguiendo los pasos indicados:



COMPLETA:

- a y b son rectas.....
- a y c son rectas.....
- d y c son rectas.....
- a y d son rectas.....
- Anota el valor de los ángulos entre las rectas.

NOTA: Geogebra escribe los puntos son letras mayúsculas y las rectas con minúsculas.



Iniciación a GeoGebra (II)

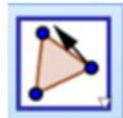
Actividad 2: CUADRILÁTEROS (Polígonos de cuatro lados)

Construye un cuadrado, un rombo, un rectángulo, un romboide, un trapecio y un trapezoide.

Después de medir los ángulos y los lados completa la tabla:

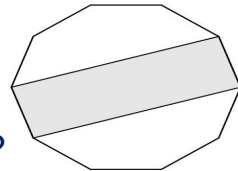
Nombre del Cuadrilátero	Nº de ángulos iguales	Medida de los ángulos	Nº de lados iguales	Medida de los lados	Área


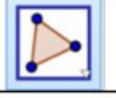

Nota.- Puedes construirlos utilizando las herramientas de GeoGebra de la actividad 1. Es importante que cuando manipules un vértice conserve sus propiedades y no se transforme en otro tipo de cuadrilátero. También puedes probar la herramienta “Polígono rígido” para trazar algunos de ellos.



Iniciación a GeoGebra (III)

3- ¿Cuál es la proporción de área sombreada en este decágono?



1		Selecciona de la barra de herramientas la de polígono regular. Marca dos puntos (vértices) que definirá el lado del decágono. A continuación, indica el número de vértices, en nuestro caso 10. Observarás que en la ventana algebraica aparecerán las coordenadas de los vértices iniciales, la longitud del lado (f) y la etiqueta de “polígono1” cuyo valor es el área del decágono. Nota: todo en GeoGebra se puede renombrar.
2		Selecciona de la barra de herramientas la de polígono. Construye el rectángulo tal y como aparece en la pregunta.
3		Renombra las etiquetas de las áreas de los polígonos. Por ejemplo: “ <u>Decagono</u> ” y “ <u>Rectangulo</u> ”
4		Selecciona de la ventana algebraica “ <u>Decagono</u> ” y arrástralo a la ventana gráfica. Lo mismo con “ <u>Rectangulo</u> ”. Observarás que aparece el texto.
5	<input data-bbox="285 1002 479 1046" type="text" value="Entrada:"/>	En la barra de entrada, escribe “ <u>Decagono/Rectangulo</u> ” para relacionar las dos áreas.

IV. ¿Preparado para tu primer reto?

Elegir un ...





Student Login

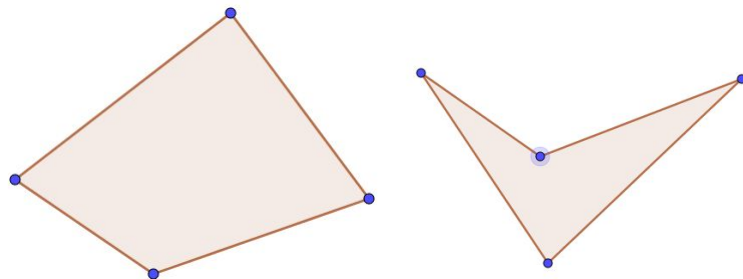
Room Name

LOGIN

GEOGEBRAPROBLEM

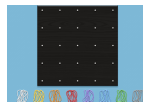
Un reto común Teorema de...

Construye un cuadrilátero cualquiera y une los puntos medios de los lados adyacentes.



Pregunta

¿Qué propiedades encuentras? ¿Se pueden generalizar? Analiza casos concretos.



V. GeoGebra como estrategia

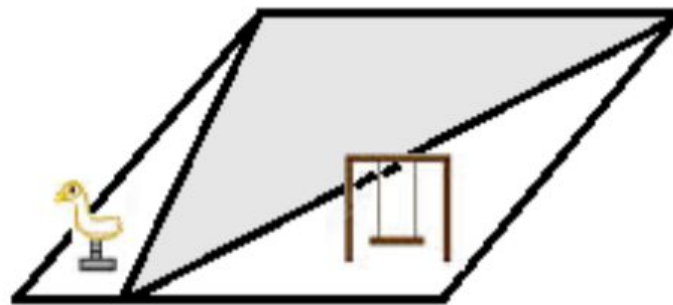
Problemas y actividades para los alumnos de Segundo y Tercer Ciclo de Primaria y Secundaria Obligatoria MÓDULO II

- Proceso de Resolución
- Estrategia MODELIZACIÓN mediante GEOGEBRA
- Estrategia ORGANIZACIÓN INFORMACIÓN mediante GEOGEBRA
- Selección de Problemas.

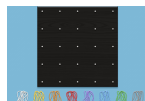


EL PARQUE

La zona sombreada, que corresponde al arenero de un parque infantil, tiene un área de 30m^2 . ¿Cuál será la medida de la superficie total del parque?



Razona tu respuesta.



GeoGebra

Fase I

Comprender

Datos: ¿Qué personajes o colecciones hay? ¿Qué información es conocida y no cambia? ¿Qué figuras geométricas hay?

Hay un parque (P) con forma de Romboide

Hay una zona sombreada (S) con forma de triángulo.

Hay dos triángulos zona no sombreada: T1, T2

Área de S es 30 m^2

Objetivo: ¿Área de P?

Fase I Comprender

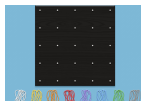
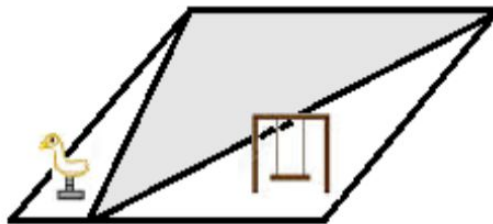
Relación: ¿Cómo se relacionan las colecciones o personajes?

¿Cómo se relaciona las figuras geométricas entre ellas?

El triángulo sombreado (S) tiene, como uno de sus lados, un lado del romboide y el vértice opuesto sobre el lado opuesto del romboide.

Diagramas:

- El que ilustra el problema.
- Geoplano
- Papel para dibujar y recortar



Fase I Comprender

¿INFORMACIÓN OCULTA?

- Jugar con las relaciones 
- Jugar con la modelización para comprender el problema.

Fase II

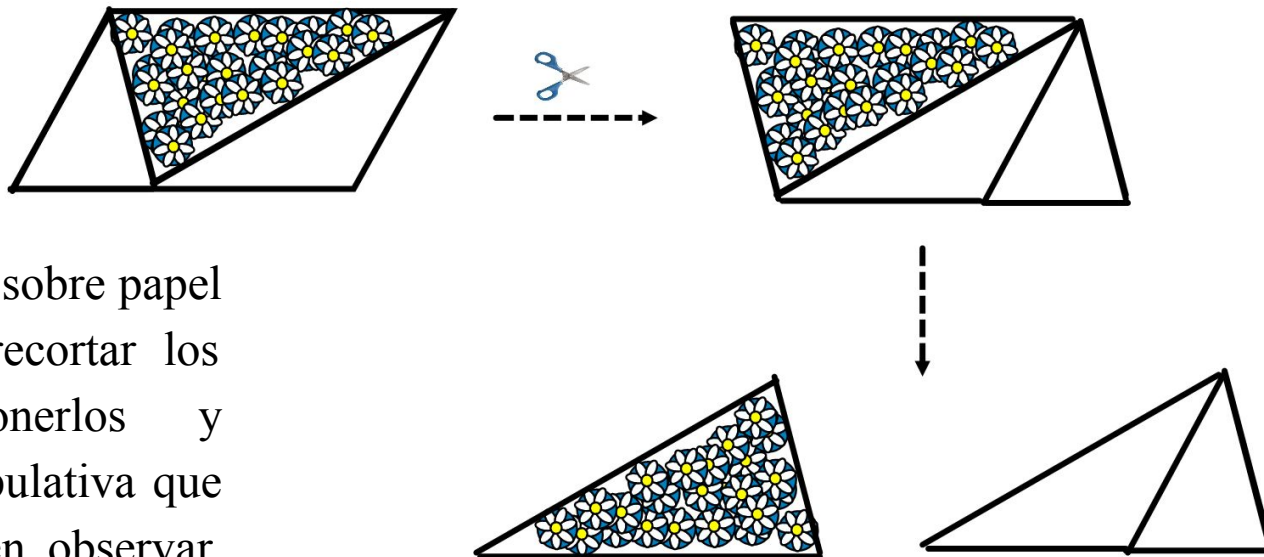
Pensar

- ❑ Modelización
- ❑ Organizar la información:
Mediante conocimientos
geométricos y medida

→ Modelo

Modelización 1:

Fase III Ejecutar

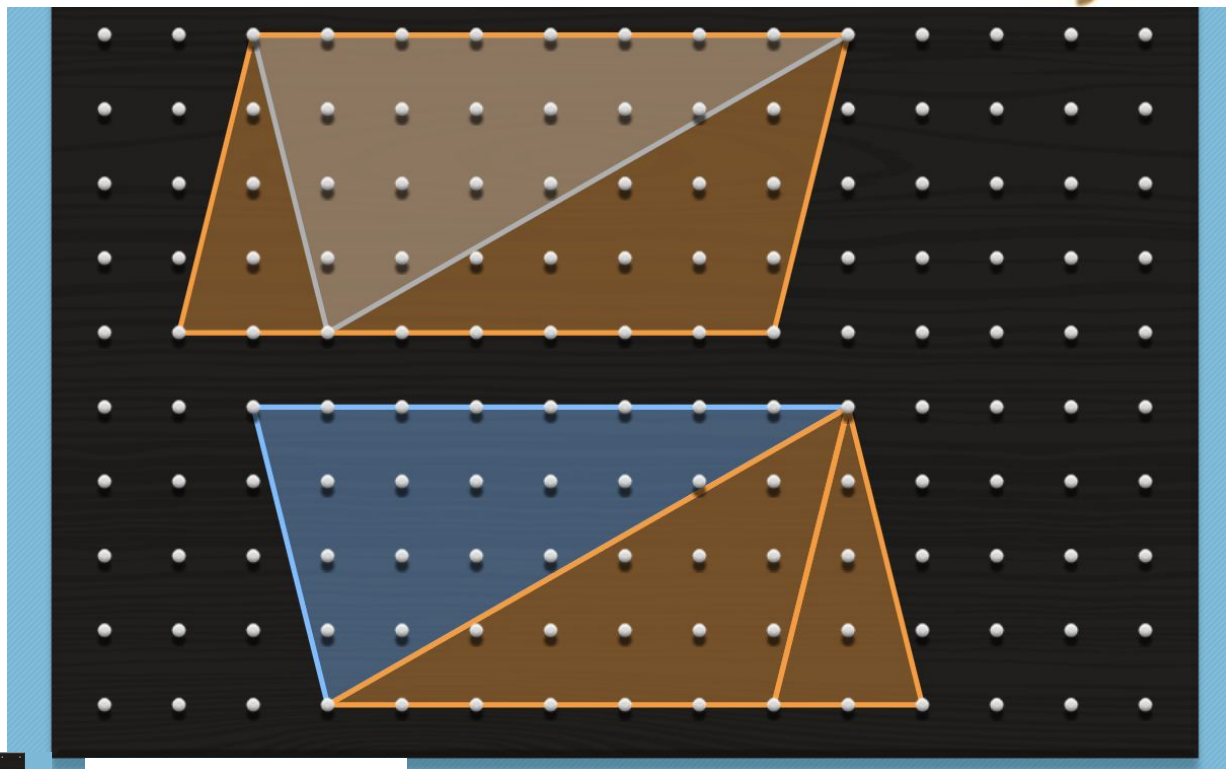


Podemos realizar un modelo sobre papel del romboide y, después, recortar los triángulos para superponerlos y comprobar de manera manipulativa que S es la mitad de P . También observar que se obtienen dos figuras iguales.

Solución: Área de P
es 60 m^2

Modelización 2:

Ejecutar

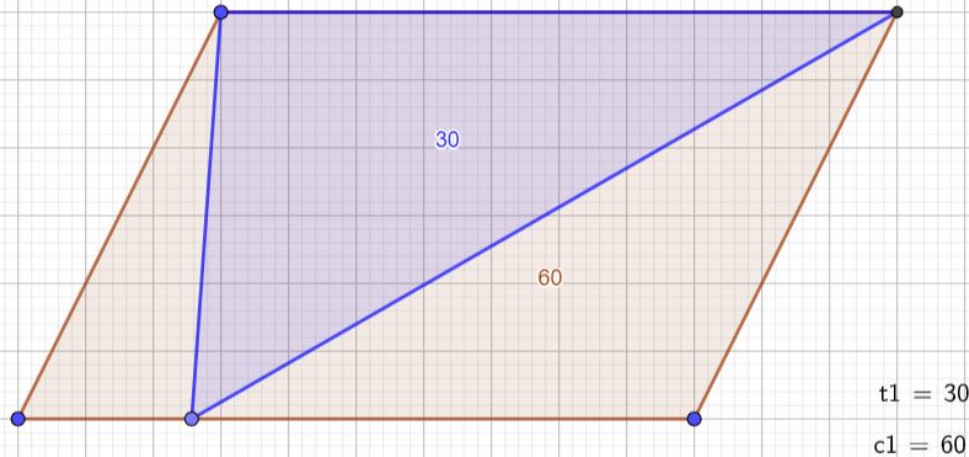


Construir en el Geoplano el P y S. Comparar y observar que P y S se puede transformar en P donde S es la mitad de P. Y por tanto, P es el doble de S.

Solución: Área de P es 60 m^2

Modelización 3:

EL PARQUE



Construir P y S con GeoGebra. Ajustar su tamaño hasta conseguir que el área de S sea 30 m^2 . Y observar cuánto vale el área de P. Destacar que hay infinitos parques que cumplen el problema.

Solución: Área de P es 60 m^2



Organizar la información: Mediante conocimientos geométricos y medida

El triángulo sombreado tiene IGUAL BASE e IGUAL ALTURA que el paralelogramo.

Por tanto, su superficie será la mitad de la superficie del paralelogramo.
Es decir, el parque tiene una superficie total de $30 \times 2 = 60 \text{ m}^2$.

**Solución: Área de P
es 60 m^2**

Fase IV Responder

Comprobación ¿Se cumple la información clasificada en la FASE de COMPRENDER?

Con la modelización es volver a repetir el proceso y observar que se llega al mismo resultado. Podemos realizar un modelo sobre papel del paralelogramo y, después, recortar los triángulos para superponerlos y comprobar de manera manipulativa la veracidad de lo afirmado.

Análisis

Solución única (operaciones aritméticas) y tiene sentido.

Respuesta:

El Área total del parque es de 60 m^2 .

ORGANIZAR LA INFORMACIÓN

Si utilizamos una modelización del romboide (P) y los tres triángulos dibujado sobre él (mediante un geoplano o un dibujo), podemos comprobar que los tres triángulos tienen la misma altura, que es también la altura del romboide. Y, además, el triángulo sombreado tiene la misma base que el romboide.

El triángulo sombreado tiene IGUAL BASE e IGUAL ALTURA que el romboide.

Por tanto, su superficie será la mitad de la superficie del romboide.

Es decir, el parque tiene un área total de

$$30 \times 2 = 60 \text{ m}^2$$

Solución: J tiene 8, T tiene 15 y L tiene 17

Fase IV Responder

Comprobación ¿Se cumple la información clasificada en la FASE de
COMPRENDER?

Con la modelización es volver a repetir el proceso y observar que se llega al mismo resultado.

Análisis

Solución única (operaciones aritméticas) y tiene sentido.

Respuesta: El Área total del parque es de 60 m².

GENERALIZACIÓN E INVESTIGACIÓN

¿Se puede generalizar el problema?
¿Se puede hacer una pequeña investigación?

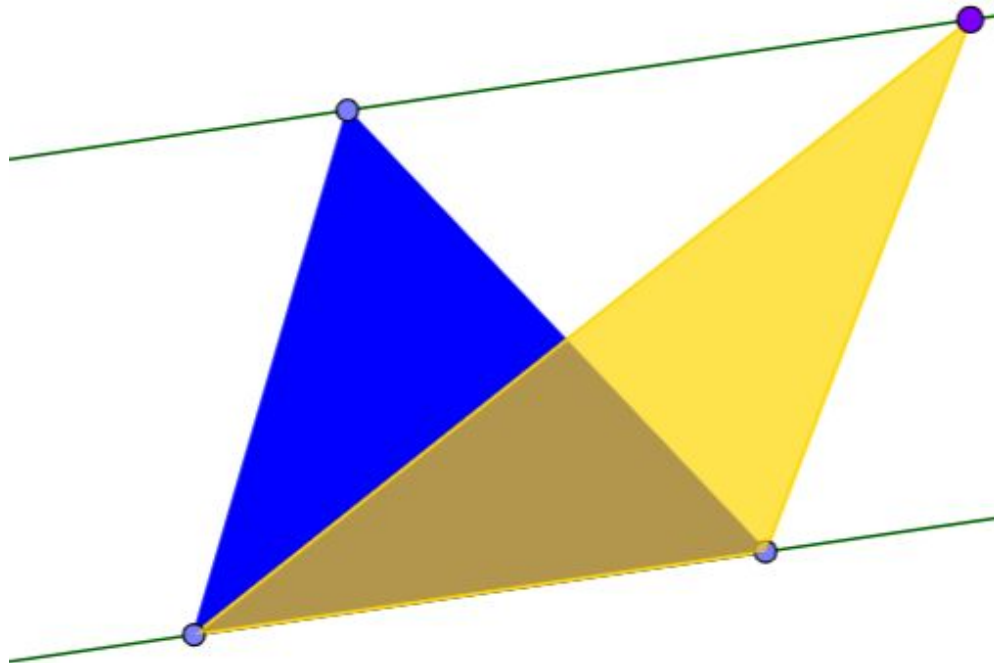
GENERALIZACIÓN E INVESTIGACIÓN

¿Cuántos parques se puede fabricar que cumpla las condiciones del problema?

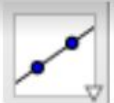
GENERALIZACIÓN E INVESTIGACIÓN

¿Quién tiene mayor área?

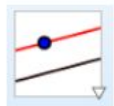
[Ficha de trabajo con GeoGebra](#)



Problema ¿Quién tiene mayor área?



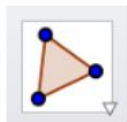
Paso 1. Traza una recta cualquiera.



Paso 2. Traza una recta paralela a la recta anterior.



Paso 3. Oculta los puntos que aparecen en las rectas anteriores. Esto lo puedes hacer en vista algebraica o en propiedades de los puntos pulsando el botón derecho sobre ellos.

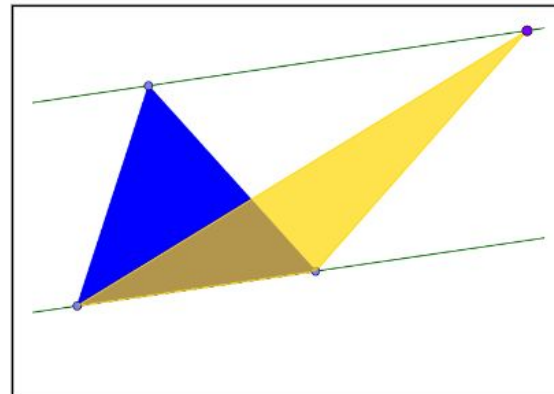


Paso 4. Construye un triángulo cuyos vértices pertenezcan a las rectas paralelas anteriores.



Paso 5. Construye otro triángulo que tenga en común con el triángulo anterior el lado que descansa en una de las rectas (donde están los dos vértices).

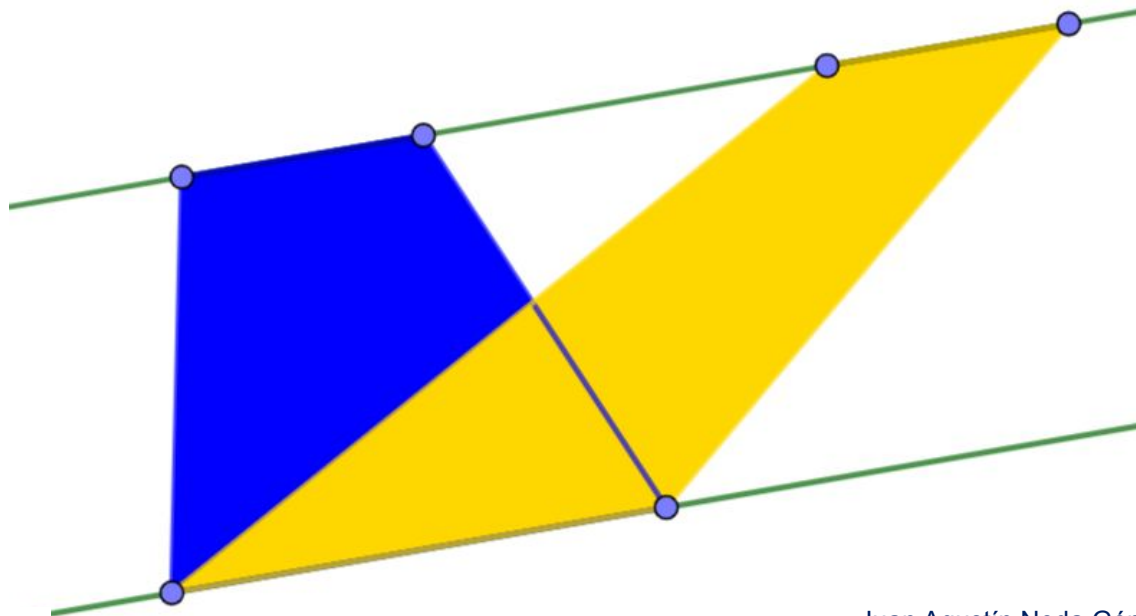
Paso 6. Manipula el tercer vértice ¿qué ocurre al área de los triángulos? (en la vista algebraica ver “polígono1” y ver “polígono2”) ¿Por qué?



Guarda la construcción con el nombre **Triangulos_area_nombre.ggb**

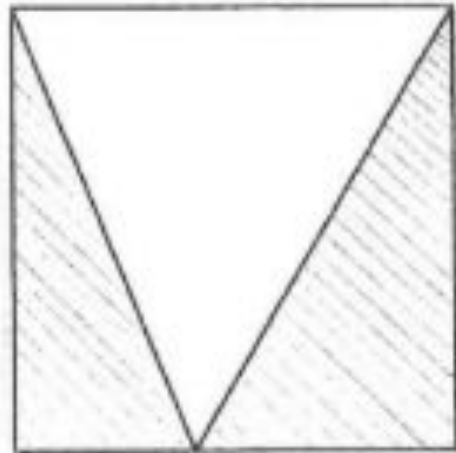
GENERALIZACIÓN E INVESTIGACIÓN

¿Quién tiene mayor área? ¿La figura azul o amarilla?



Problema Del área al lado

El área de la zona sombreada del dibujo es de $0,5 \text{ m}^2$.



Pregunta

1. ¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado?



Problema Del área al lado

FASE I COMPRENDER

Datos:

Un cuadrado (C)

Un triángulo (T)

El área de la zona sombreada es de $0,5 \text{ m}^2$.

Relación:

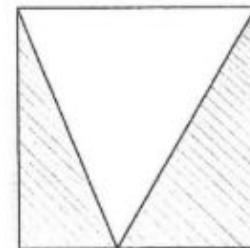
T está inscrito en C, con un lado sobre el lado del C y el vértice opuesto en el lado opuesto.

La zona sombreada y no sombreada es el cuadrado.

Objetivo:

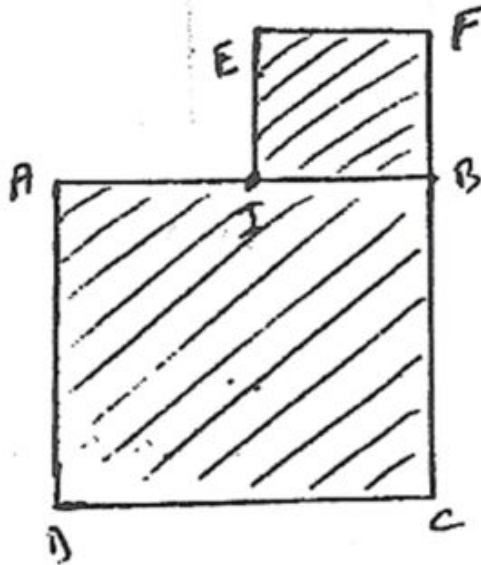
¿Lado de C?

Diagrama



Problema Del área al tiempo

ABCD y IEFB son dos cuadrados, I es el punto medio de segmento AB.
Un ciclista recorre el circuito AIEFBCDA a la velocidad de 20 Km/h.
El área de la zona sombreada es igual a $1,25 \text{ Km}^2$.

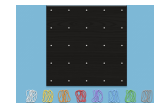


Pregunta

1. Calculad la longitud de AD.
2. ¿Cuánto tiempo le lleva al ciclista dar la vuelta al circuito?

Construcción DE “DEL ÁREA AL TIEMPO”

SOLUCIÓN DE “DEL ÁREA AL TIEMPO”



Problema Del área al tiempo

FASE I COMPRENDER

Datos:

ABCD y IEFB son dos cuadrados.

Un ciclista recorre el circuito AIEFBCDA a la velocidad de 20 Km/h.

El área de la zona sombreada es igual a 1,25 Km².

Relación:

I es el punto medio de [AB].

Los lados del cuadrado IEFB miden la mitad de la medida de los lados del cuadrado ABCD.

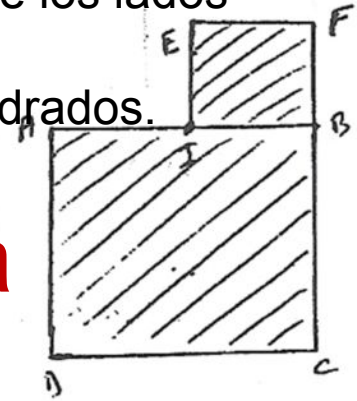
La zona sombreada es la suma de las áreas de los dos cuadrados.

Objetivo:

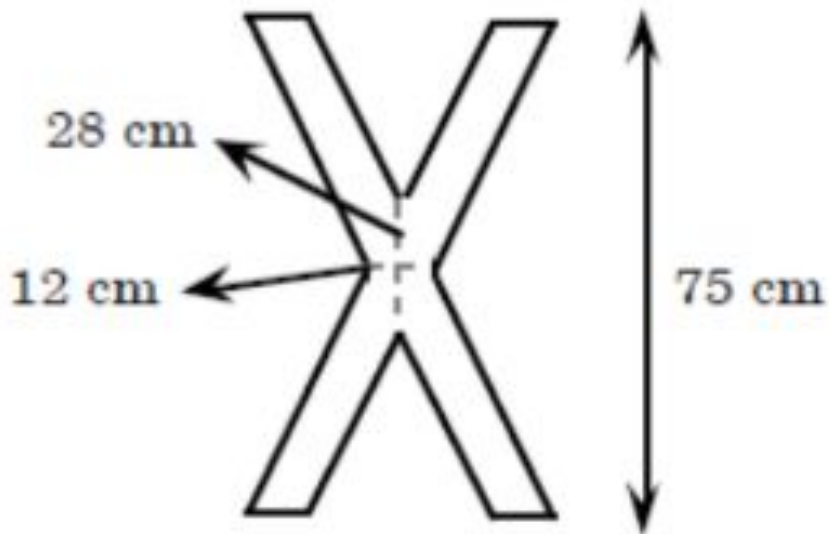
Calcular la longitud de AD.

Cuánto tiempo tarda el ciclista en dar la vuelta al circuito.

Diagrama



Problema **Calcula el valor de X**

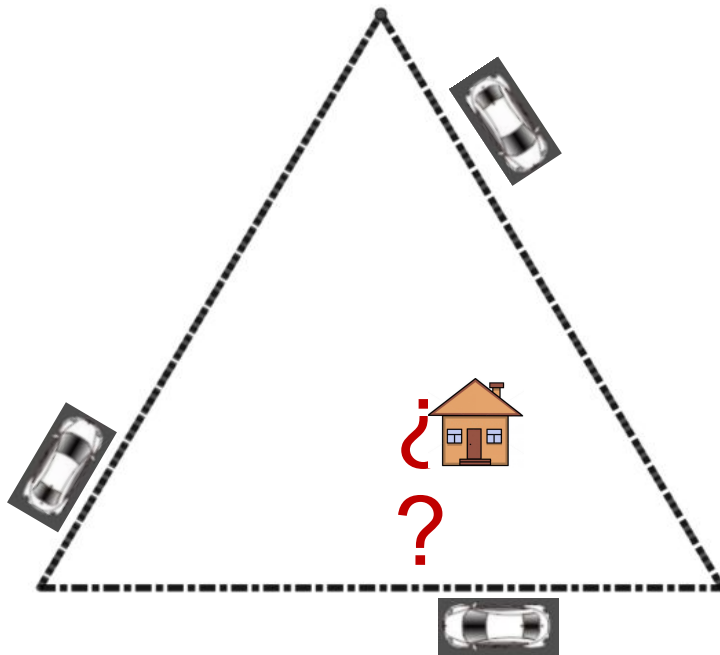


Pregunta

1. Cuál es el área de esta figura

Problema LA PARCELA TRIANGULAR

En una parcela limitada por tres tramos rectilíneos de carretera de la misma longitud, y con la misma densidad de tráfico,



Pregunta

¿Dónde tenemos que construir la casa para que la **suma de las distancias a las tres carreteras sea la máxima?**



Problema

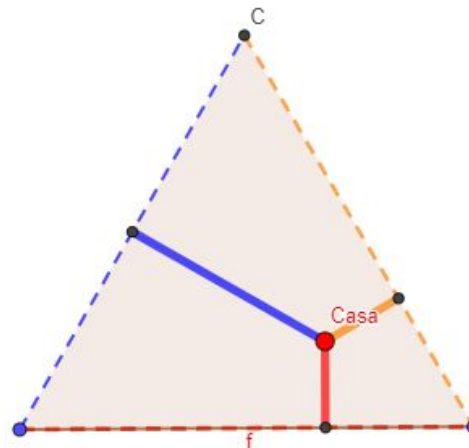
LA PARCELA TRIANGULAR

Forma 1 (sencilla)

nrº	Nombre	Icono d...	Descripción	Rótulo	Valor
1	Punto A				A = (-2, -2)
2	Punto B				B = (6, -2)
3	Poligono polig...		Poligono(A, B, 3)		poligono1 = 27.71
3	Segmento Ca...		Segmento [A, B]		CarreteraAzul = 8
3	Segmento Ca...		Segmento [B, C]		CarreteraRoja = 8
3	Segmento Ca...		Segmento [C, A]		CarreteraNaranja = 8
3	Punto C		Poligono(A, B, 3)		C = (2, 4.93)
4	Punto CASA				CASA = (2.06, 0.28)
5	Número dista...		Distancia de CASA a CarreteraRoja		distanciaCASAg = 2.27
6	Texto TextoC...		Nombre(CASA) + (Nombre(CarreteraRoja)) + " = " +		"CASACarreteraRoja = ...
7	Número dista...		Distancia de CASA a CarreteraNaranja		distanciaCASAh = 2.38
8	Texto TextoC...		Nombre(CASA) + (Nombre(CarreteraNaranja)) + " = " +		"CASACarreteraNaranj...
9	Número dista...		Distancia de CASA a CarreteraAzul		distanciaCASAf = 2.28
10	Texto TextoC...		Nombre(CASA) + (Nombre(CarreteraAzul)) + " = " +		"CASACarreteraAzul = ...
11	Número a		Suma(distanciaCASAg, distanciaCASAh, distanciaCASAf)		a = 6.93
12	Texto text01		"Suma Total de distancia = " + a + ""		"Suma Total de distanci...

[Ver construcción](#)

Forma 2



[Ver construcción](#)



TRIÁNGULOS EN UN CUADRADO

Tenemos un cuadrado. Dentro de ese cuadrado se han dibujado dos triángulos. Cada uno tiene un lado que coincide con uno de los lados del cuadrado. Uno de los triángulos está *apoyado* en la pared izquierda del cuadrado y el otro triángulo está *apoyado* en la base inferior del cuadrado.

Por lo tanto, cada triángulo tiene dos vértices que coinciden con dos vértices del cuadrado; el tercer vértice de cada uno de los dos triángulos está ubicado en un punto *cualquiera* del otro lado del cuadrado.

Los dos triángulos se cortan en la parte de la figura señalada en gris oscuro. La otra región que aparece distinguida en gris claro es el área que *no pertenece* a ninguno de los dos triángulos.

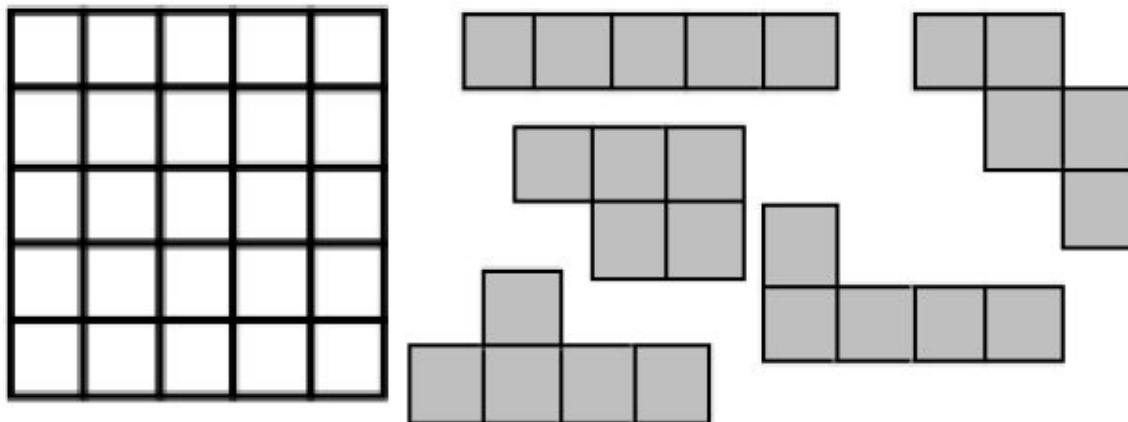


¿Cuál de estas dos áreas es más grande? ¿El área en donde se superponen o el área que no corresponde a ninguno de los dos?



PENTAMINÓS

Los pentaminos están formados por 5 cuadrados unidos por sus lados.
Colocar estos cinco pentaminos para que recubran toda la parrilla.



Colorea tus soluciones



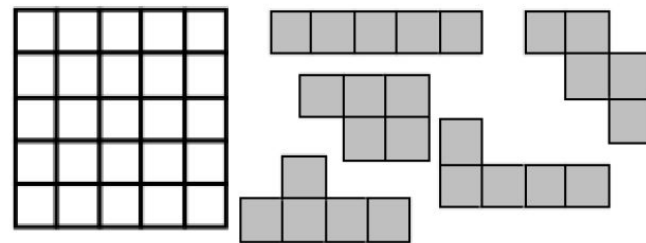
Fase I Comprender

Datos: ¿Qué personajes o colecciones hay? ¿Qué información es conocida y no cambia?

Una parrilla (rejilla) cuadrada de 5 x 5.

5 pentaminós.

Cada pentaminó tiene 5 cuadrados unidos por sus lados.



Objetivo:

Colocar los cinco pentaminós para que recubran toda la parrilla.



Fase I Comprender

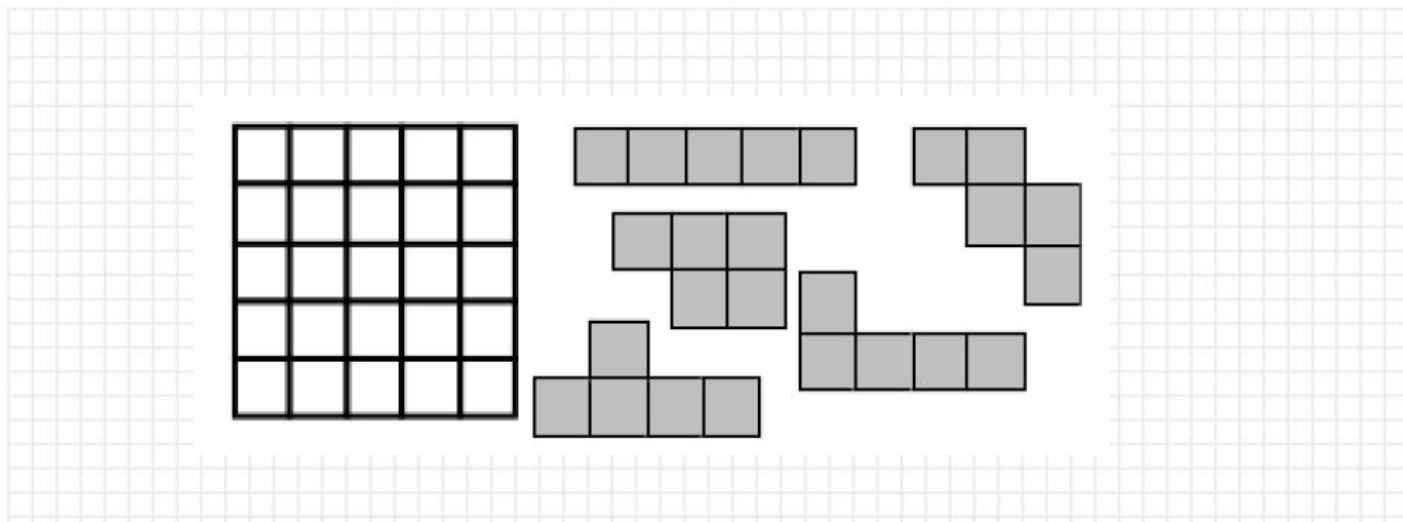


Relación: ¿Cómo se relacionan las colecciones o personajes?

Los pentaminos han de colocarse adosados unos a otros, sin superponerse ni dejar huecos, recubriendo toda la parrilla.

Diagramas:

- Rejilla

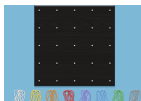




Fase II

Pensar

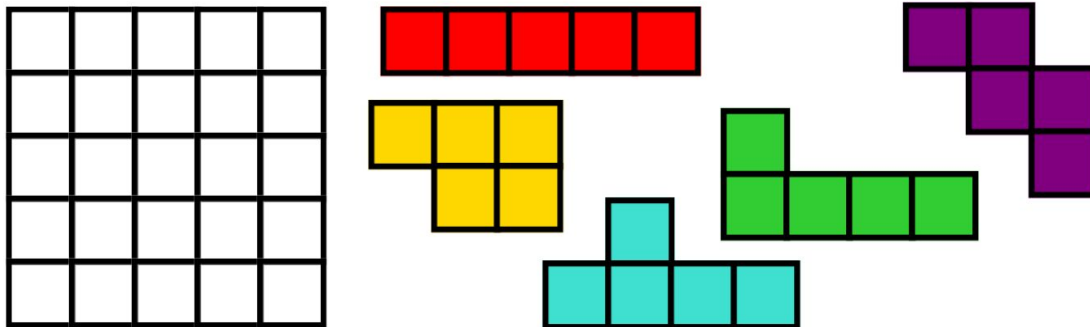
- ❑ Modelización
- ❑ Ensayo error





Modelización 1 (ensayo y error modelizado): Ejecutar

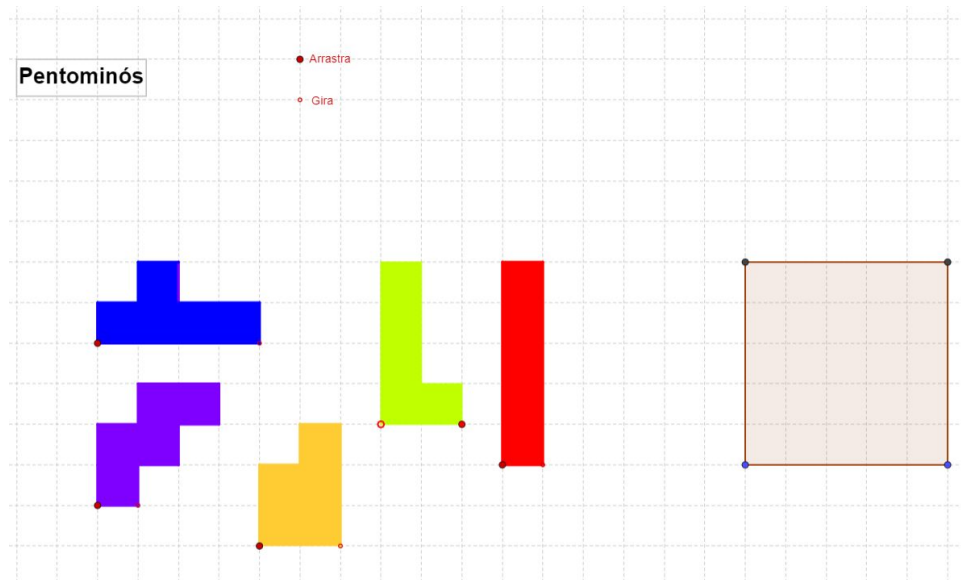
Podemos modelizar el problema fotocopiando y recortando las piezas y la parrilla. O, también, usar lápices de colores diferentes para colorear los pentaminós y diferenciarlos unos de otros.



Jugar a colocar los pentaminos de la manera adecuada. Para ese juego se utilizará el Ensayo y Error. Aunque es sencillo encontrar una solución, se puede tardar bastante si se fía sólo del azar.

Modelización 1 (ensayo y error modelizado):

Ejecutar



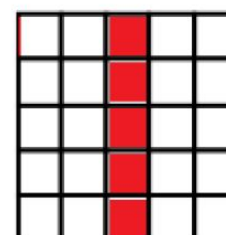
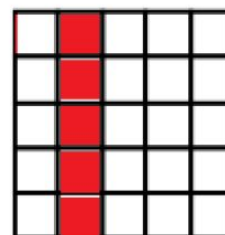
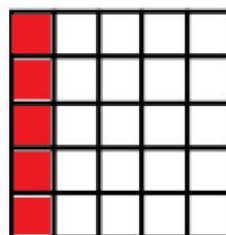
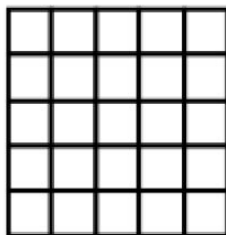
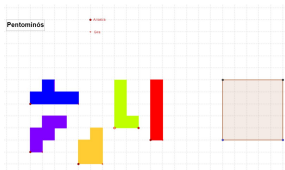
<https://www.geogebra.org/classic/sabazwbw>

Modelización 2 (ensayo y error modelizado dirigido): Ejecutar

Es mejor usar un ensayo y error dirigido, mediante razonamientos acerca del tamaño y la forma de las piezas. Eso permitirá encontrar más soluciones al juntar las de todos los alumnos.

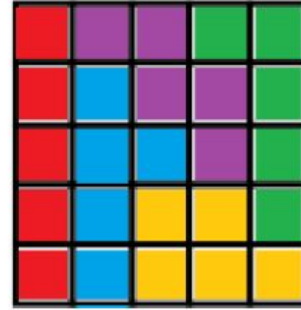
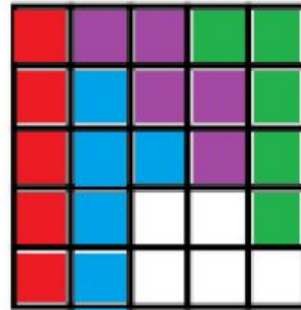
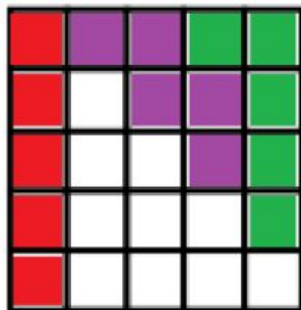
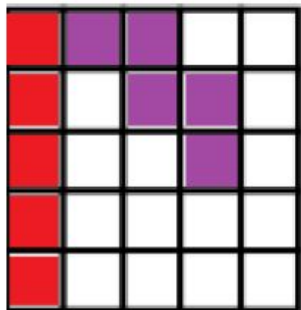
Al juntar las soluciones es muy educativo comprobar las que son diferentes (esas serán las soluciones correctas) y las que no lo son (se comprueba mediante giros de la parrilla).

La pieza con cinco cuadrados alineados sólo puede ir colocada adosándola a un lado. Si se coloca en cualquier otro sitio imposibilita la colocación de las otras piezas, bien porque no caben o bien, si caben, porque no dejan hueco para ninguna otra.



Modelización 2 (ensayo y error modelizado dirigido): Ejecutar

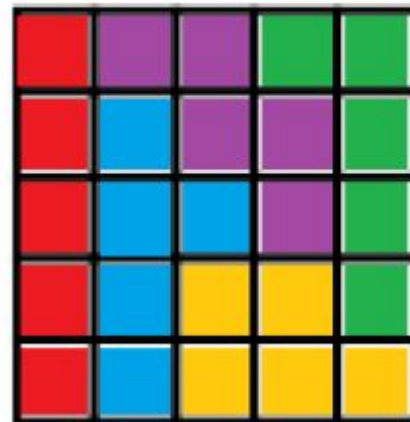
- También es importante captar la simetría de la parrilla. Al tratarse de un cuadrado tiene ejes de simetría paralelos a los lados y también las diagonales.
- No hace falta probar en las dos columnas de la derecha.
- Ahora es cuestión de probar con los otros pentaminos. Como norma inteligente de proceder colocaremos primero las piezas de formas más complicadas y dejaremos para el final las más simples.





Modelización 2 (ensayo y error modelizado dirigido): Ejecutar

Solución





Fase IV Responder



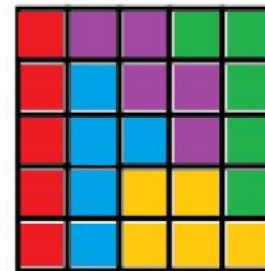
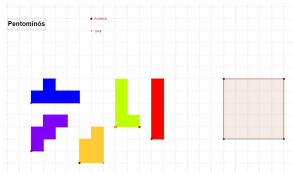
Comprobación ¿Se cumple la información clasificada en la FASE de COMPRENDER?

Los pentaminós han de colocarse adosados unos a otros, sin superponerse ni dejar huecos, recubriendo toda la parrilla. ✓

Análisis

Varias respuestas posibles.

Respuesta: Una posible manera de colocar los cinco pentaminos en la parrilla.



Bloque IV. Módulo II. Resolución de problemas con GEOGEBRA

VI. Otros Instrumentos de evaluación



Gobierno
de Canarias

Consejería de Educación,
Universidades, Cultura y Deportes

Dirección General de Ordenación,
Innovación y Calidad



Tic tic

Juan Agustín Noda Gómez - @JNodGom
Ángel Antonio García Marrero - @anagrama



En busca de
la



de...



omunicación
urrículo
oherencia
ambio





La tecnología ha abierto un abanico de posibilidades que no tiene precedente



Si cambian las herramientas tendremos que cambiar las preguntas



Gobierno
de Canarias

Consejería de Educación,
Universidades, Cultura y Deportes

Dirección General de Ordenación,
Innovación y Calidad



cambios concretos

Juan Agustín Noda Gómez - @JNodGom
Ángel Antonio García Marrero - @anagrama

1 Instrumentos Evaluación

2
Materiales manipulativos

3
Metodología



Videos

SCREENCASTOMATIC

Questionarios que hace el alumnado



Infografías



Piktochart
make information beautiful

Genially
Do it different, do it Genially

Presentaciones

Tutoriales



YouTube

Exámenes



padlet

Paneles interactivos



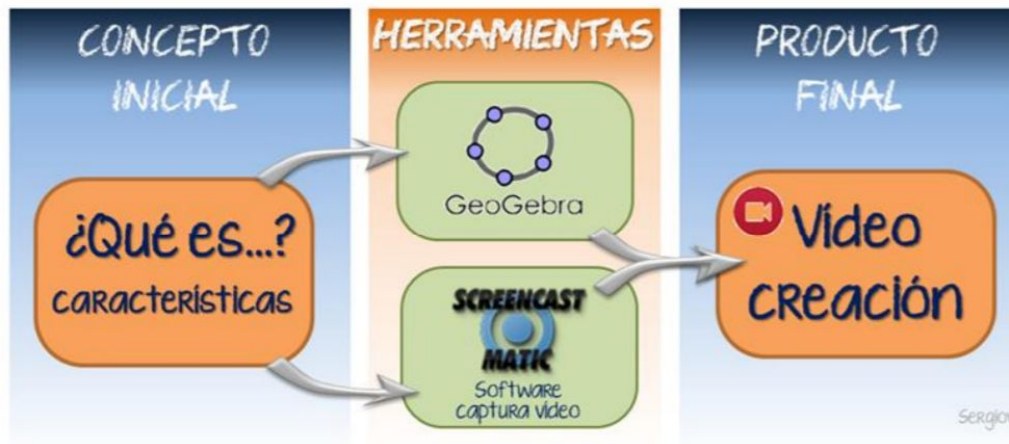
Audio reportes

Diarios de trabajos



Investigaciones





http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/mediateca/sinewton/?attachment_id=50



Barbie Jumping

14 Pines

<https://youtu.be/ghtLrdbdVOA>



SCREENCAST MATIC + Start recording for free →





Gobierno
de Canarias

Consejería de Educación,
Universidades, Cultura y Deportes

Dirección General de Ordenación,
Innovación y Calidad



SCREENCAST MATIC

Juan Agustín Noda Gómez - @JNodGom
Ángel Antonio García Marrero - @anagrama

SCREENCAST MATIC



+

Start recording for free



PROYECTO DOCENTE

MAT

• Screencast-O-Matic

¿Qué deseas hacer con esta grabación?

YouTube

Seleccionar opciones de publicación:

Cuenta:	Juan Agustín Noda...
Título:	materialticscreeno...
Descripción:	None
Etiquetas:	None
Privacidad:	No listado
Categoría:	Educación
Cursor:	Resaltar cursors
Subtítulos:	None

[Publicar](#)

Código de video OpenH264 proporcionado por Cisco Systems, Inc.

[Volver](#)



..thinglink..

PROYECTO DOCENTE

MATERIA TIC



The screenshot shows a Thinglink scene layout. On the left, there is a yellow home icon above the text 'SCREENCAST MATIC' and a QR code. In the center, there is a plus sign followed by a blue rounded rectangle containing the text 'Start recording for free'. On the right, there is a red YouTube icon above a mobile phone icon.

<https://www.thinglink.com/scene/1233326241336000517>

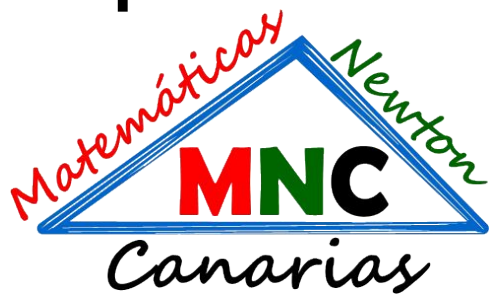
GeoGebra ...

Problem?

Estrategia específica



<https://www.menti.com/9xacjsg9cn>



Juan Agustín Noda Gómez - @JNodGom
Ángel Antonio García Marrero - @anagrama





GeoGebra ... Problem?

Estrategia específica

GRACIAS
GRAZAS

ESKERRIK ASKO

GRÀCIES

