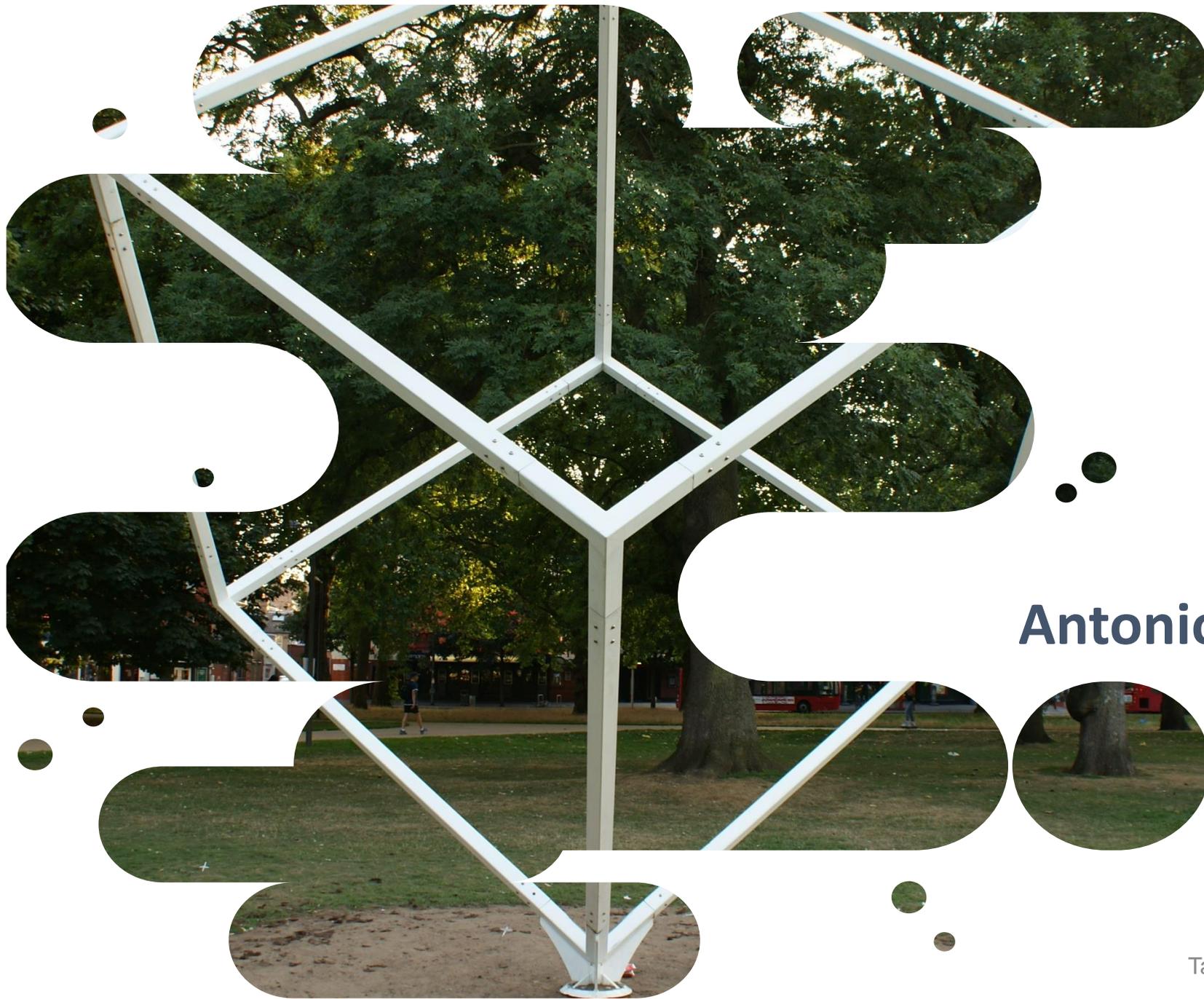


LA VIDA OCULTA DEL CUBO

JÁEM²⁰
Matemáticas para construir el mundo

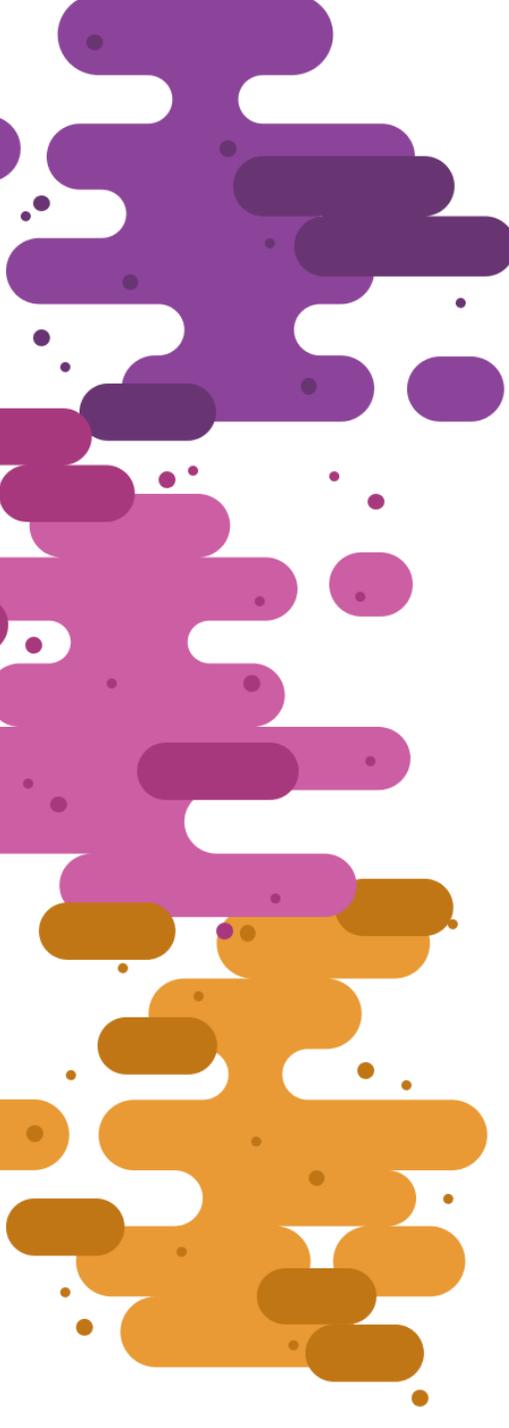


Antonio Ledesma
José Muñoz
Juan Antonio Hans
Antonio Fernández-Aliseda

Taller: *La vida oculta del cubo*. XX JAEM Valencia.

Guion





01 Introducción

DIAGNÓSTICO SOBRE EL CUBO:

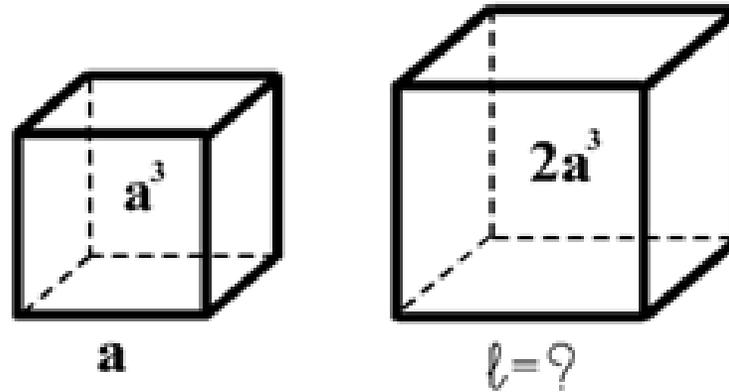
En el acervo matemático popular existen dificultades con el concepto:

- Con frecuencia se le llama cuadrado.
- En el contexto cotidiano se asocia automáticamente con recipiente, por lo general en forma de cono truncado invertido.

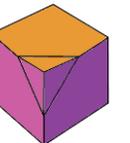
Lo que pone de manifiesto que no está perfectamente interiorizado.

Esta figura fue protagonista, como el círculo y el triángulo, de una historia épica de las matemáticas: en su caso, la **duplicación del cubo**.

01
Introducción



El reto produjo múltiples avances. Grandes matemáticos hicieron camino al andar. Y, a hombros de gigantes, el francés Pierre-Laurent Wantzel (1814-1848) culminó el esfuerzo: la duplicación del volumen del cubo con regla y compás es imposible.

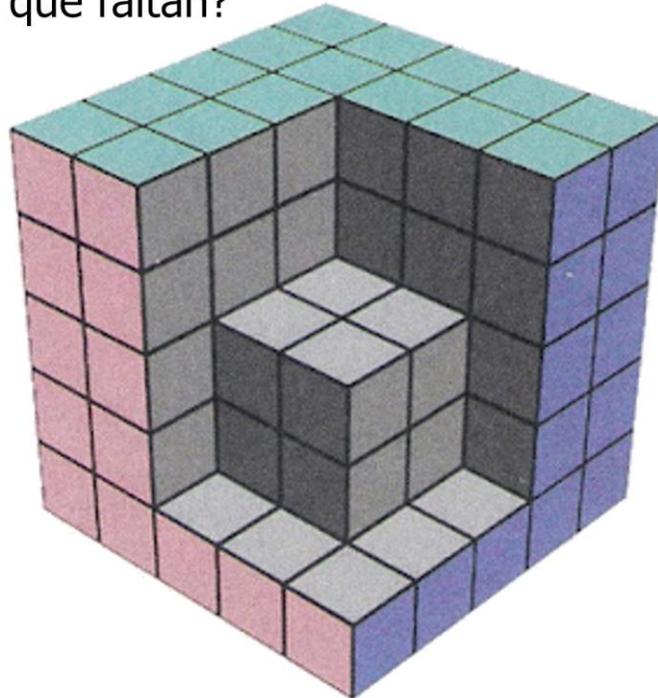


2.1. Conteo de cubos

02 Para
empezar

Suma de cubos

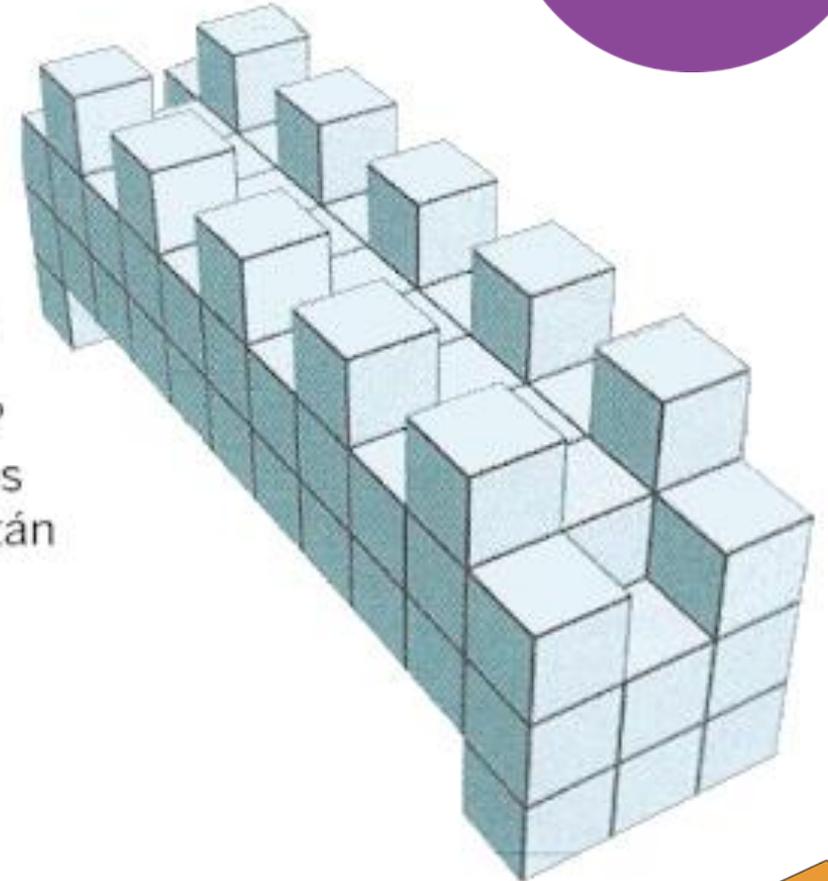
Pon a prueba tu capacidad de percepción visual.
¿Cuántos cubos pequeños crees que faltan?



Lecturas, 17 de febrero de 2021

Suma de cubos

◆ ¿Puedes calcular cuántas piezas componen esta estructura? No todos los bloques están a la vista...



Lecturas, 7 de abril de 2021

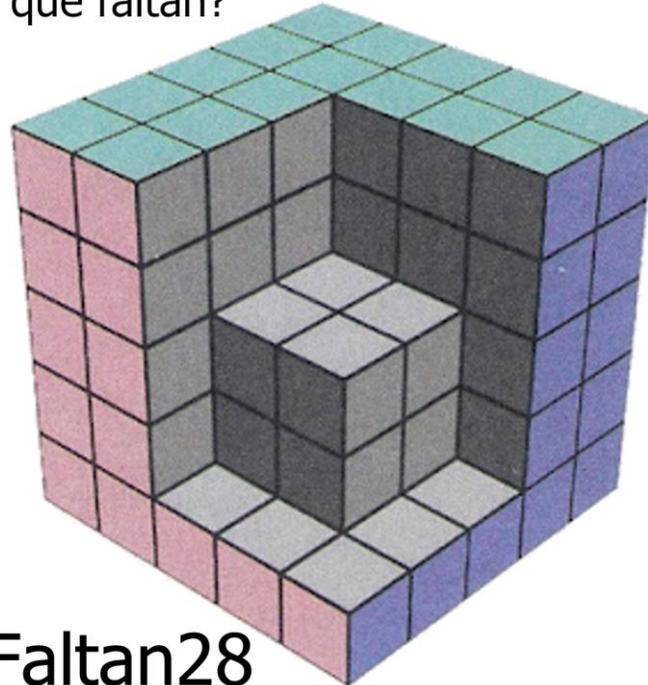


2.1. Conteo de cubos. Soluciones

02 Para
empezar

Suma de cubos

Pon a prueba tu capacidad de percepción visual.
¿Cuántos cubos pequeños crees que faltan?

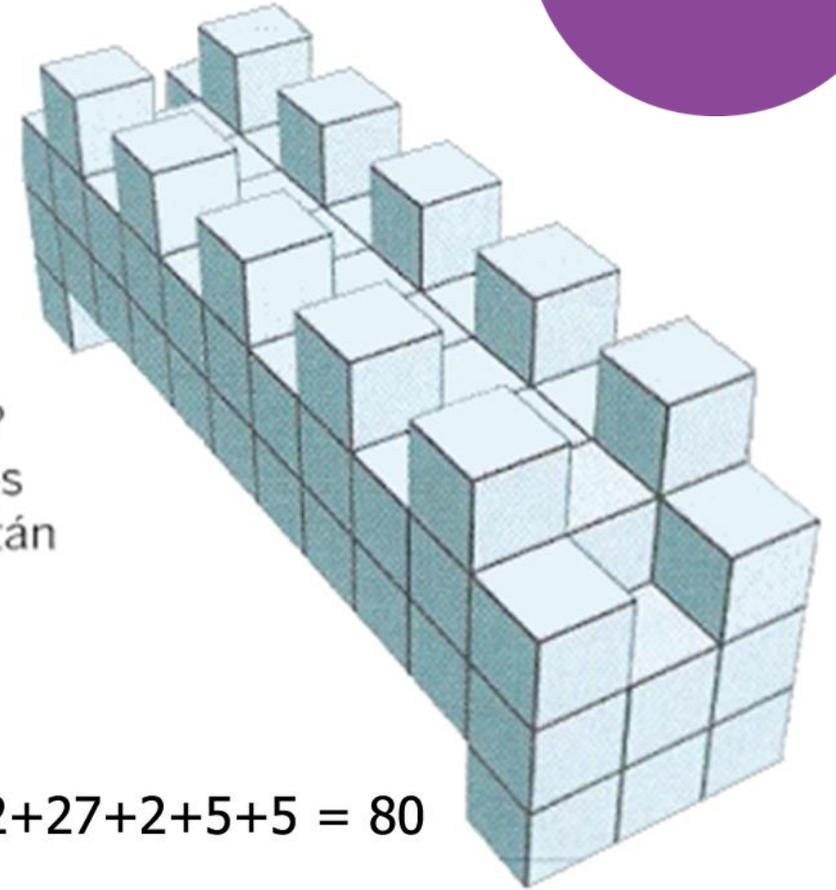


Faltan 28

Lecturas, 17 de febrero de 2021

Suma de cubos

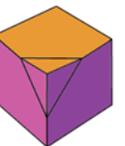
◆ ¿Puedes calcular cuántas piezas componen esta estructura?
No todos los bloques están a la vista...



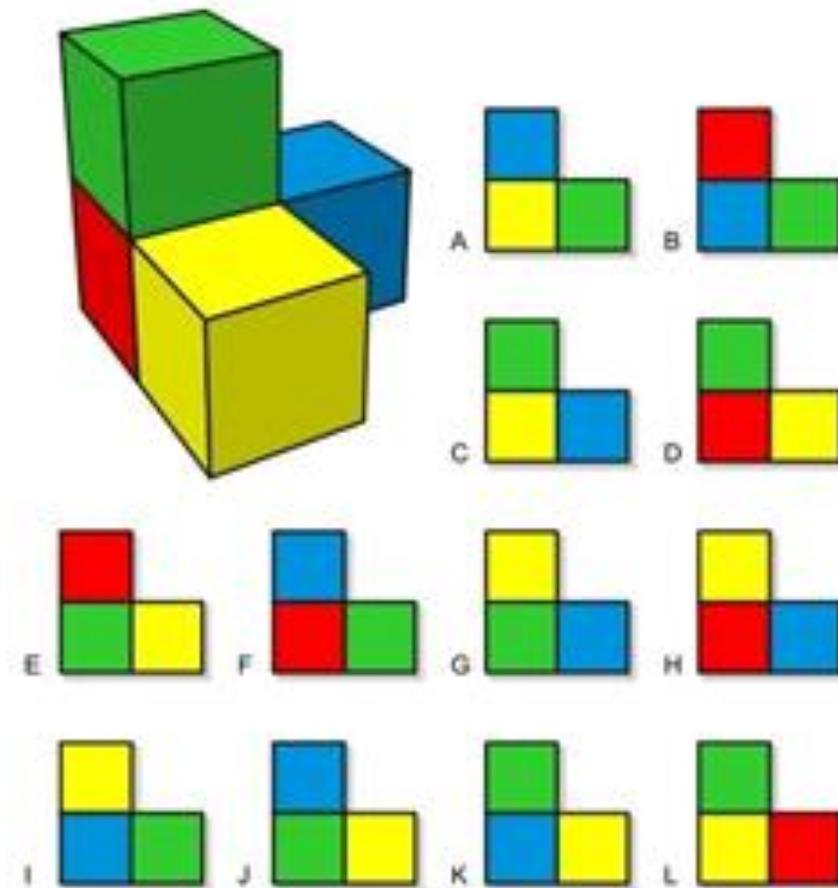
$$3+3+3+3+2+2+5+5 = 80$$

Lecturas, 7 de abril de 2021

Taller: *La vida oculta del cubo*. XX JAEM Valencia.



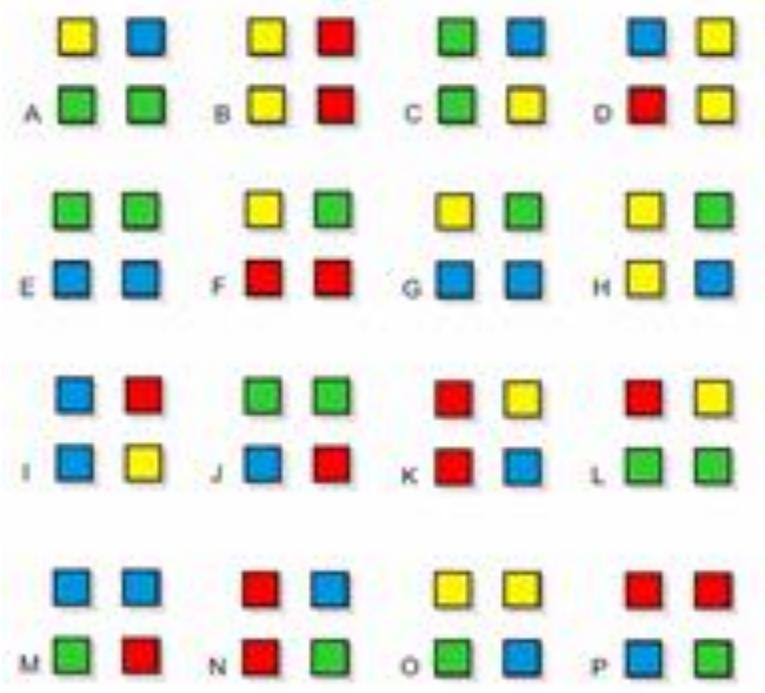
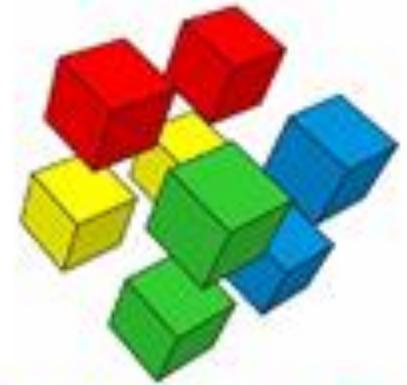
3.1. Visión espacial (I)



¿Qué vistas planas de la forma tridimensional son correctas?

Autor: Peter Grabarchuk.

3.1. Visión espacial (II)



¿Cuáles de las vistas inferiores son correctas? Peter Grabarchuk.

Dibuja todas las vistas posibles que se pueden observar de la forma tridimensional.

Sugerencia: Trabajar con una plantilla muda de cuadrados 2x2.

3.1. Visión espacial. Desarrollo plano

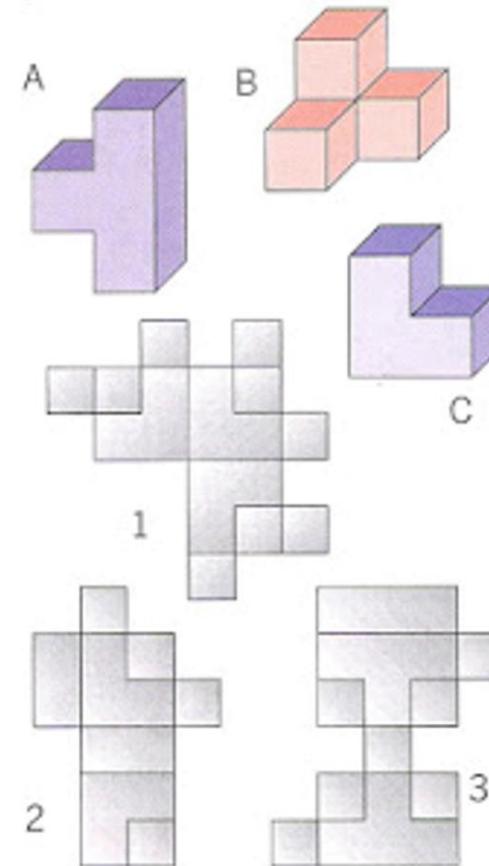


El País.

Recortables

El objetivo de este juego es asociar cada una de estas tres figuras coloreadas con uno de los recortables en gris de la parte inferior. Imagina que vas doblando por las líneas y pegando las junturas.

03
Para
desarrollar



Lecturas, 10 de marzo de 2021.

3.1. Visión espacial. Desarrollo plano. Soluciones

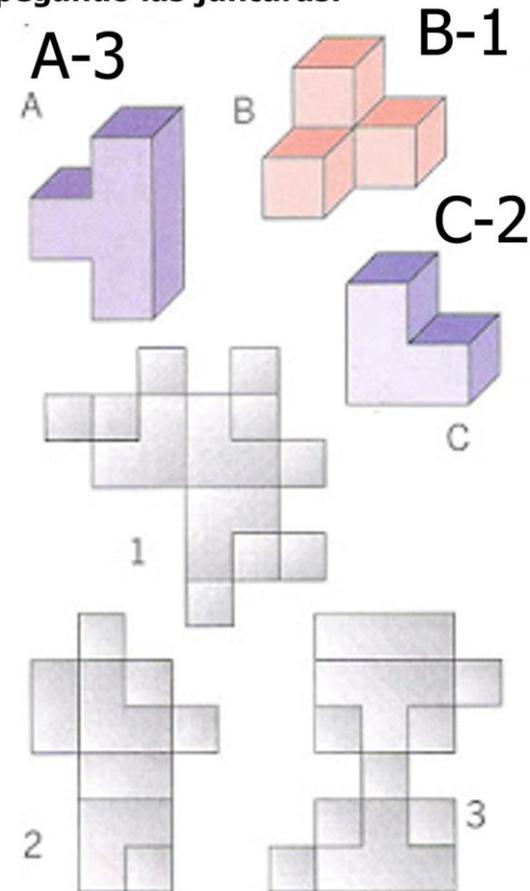
03
Para
desarrollar



El País.

Recortables

El objetivo de este juego es asociar cada una de estas tres figuras coloreadas con uno de los recortables en gris de la parte inferior. Imagina que vas doblando por las líneas y pegando las junturas.

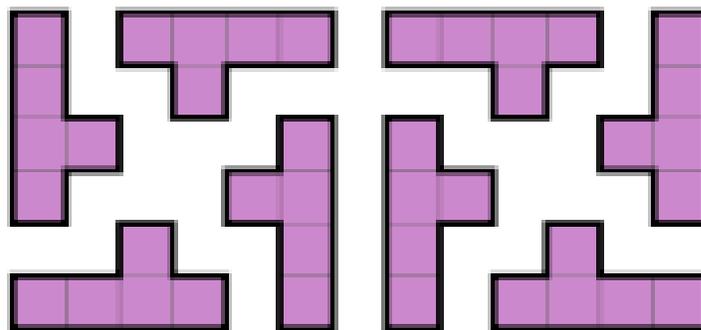


3.2. Cubos abiertos de cinco caras (I)

03
Para
desarrollar

Solomon W. Golomb, catedrático de la Universidad del Sur de California acuñó, en 1953, el término **poliminós** para indicar todas las figuras que se pueden formar uniendo varios cuadrados iguales, siempre por un lado completo.

Son iguales aquellos poliminós que pueden obtenerse uno de otro por algún movimiento (traslación, giro o simetría). Por ejemplo, los ocho siguientes son el mismo pentominó:



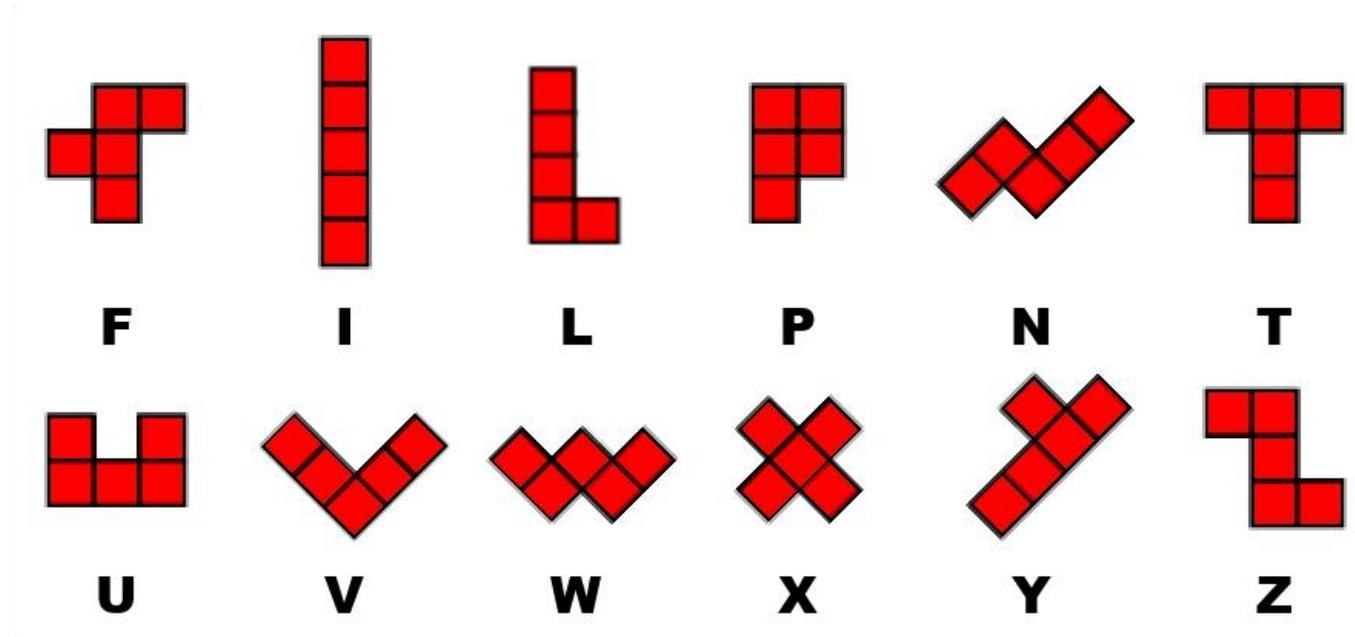
Fuente de la imagen:
Wikipedia.

Es muy interesante
deducir cuántos
pentominós
diferentes hay.

3.2. Cubos abiertos de cinco caras (II)

03
Para
desarrollar

Existen 12 pentominós.



¿Cuántos de ellos permiten, al plegarse, formar un cubo sin tapa?

3.2. Cubos abiertos de cinco caras (III)

03
Para
desarrollar

La actividad anterior se puede extender, en varias fases, a los 35 hexaminós existentes:

1. ¿Cuáles de los 35 hexaminós son un desarrollo del cubo, es decir, se pueden plegar formando esa figura?
2. Cuando quitamos un cuadrado con la condición de que siga quedando conexo, es decir, todo cuadrado pueda articularse sobre todas sus aristas (5-cuadrados conexas), y plegamos, ¿cuáles de los que corresponden al desarrollo de un cubo dan lugar a un cubo sin tapa?
3. ¿Cuántos de los 5-cuadrados conexas que se obtienen al suprimir un cuadrado en los hexaminós restantes permiten, al plegar, formar un cubo sin tapa?

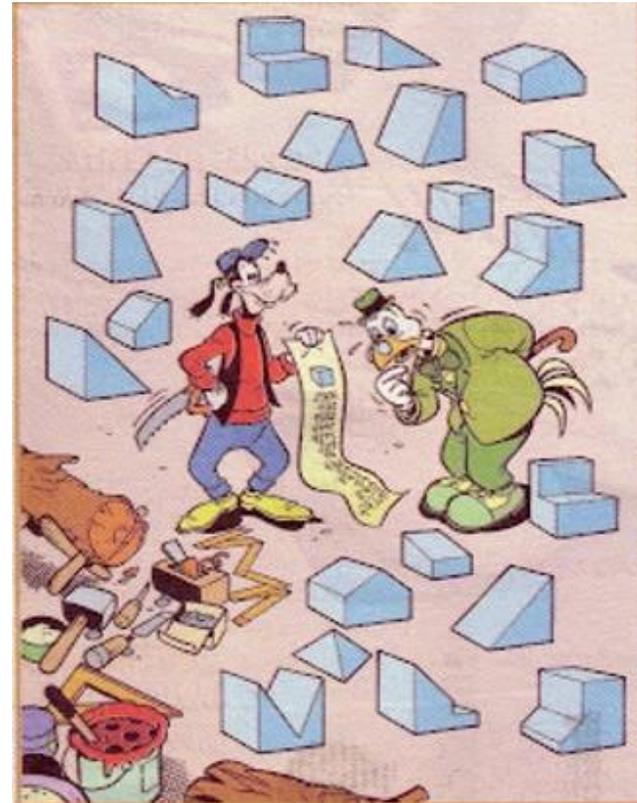
Sugerencia: Trabajar con trama de puntos. Taller: *La vida oculta del cubo*. XX JAEM Valencia.

3.3. Complementariedad

03
Para
desarrollar



Quo, otoño de 2000.



Goofy carpintero

"Seguramente no soy un buen carpintero" dice Goofy a su amigo, "pero en la escuela sacaba muy buenas notas en matemáticas y sé que puedo hacer varios cubos con estas piezas de madera. Apuesto a que no sabes decirme cuántos"

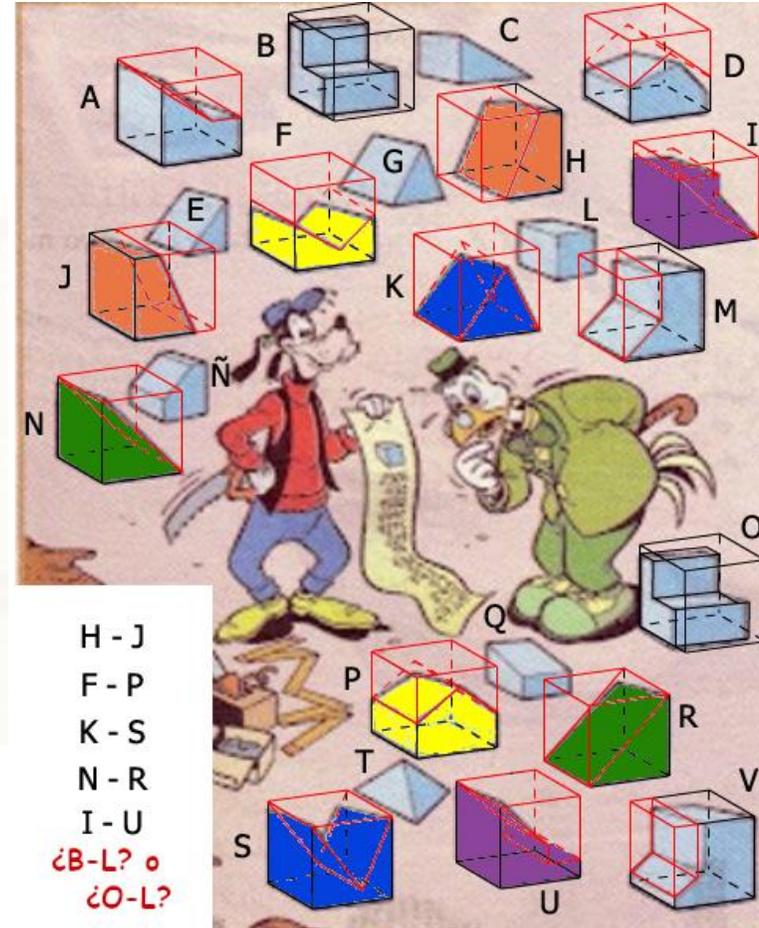
Mi País, 6 de noviembre de 1999.



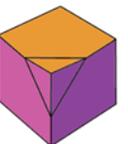
3.3. Complementariedad. Soluciones



Quo, otoño de 2000.



Mi País, 6 de noviembre de 1999.

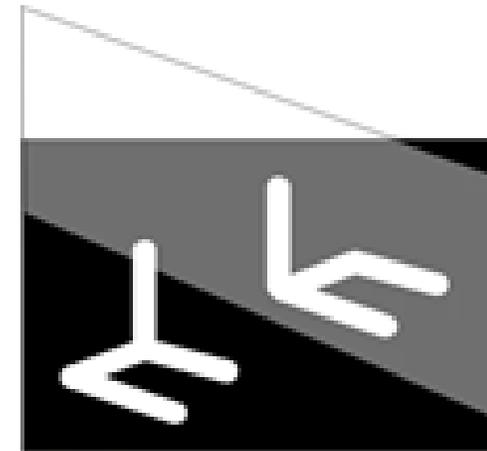


04
Para
profundizar

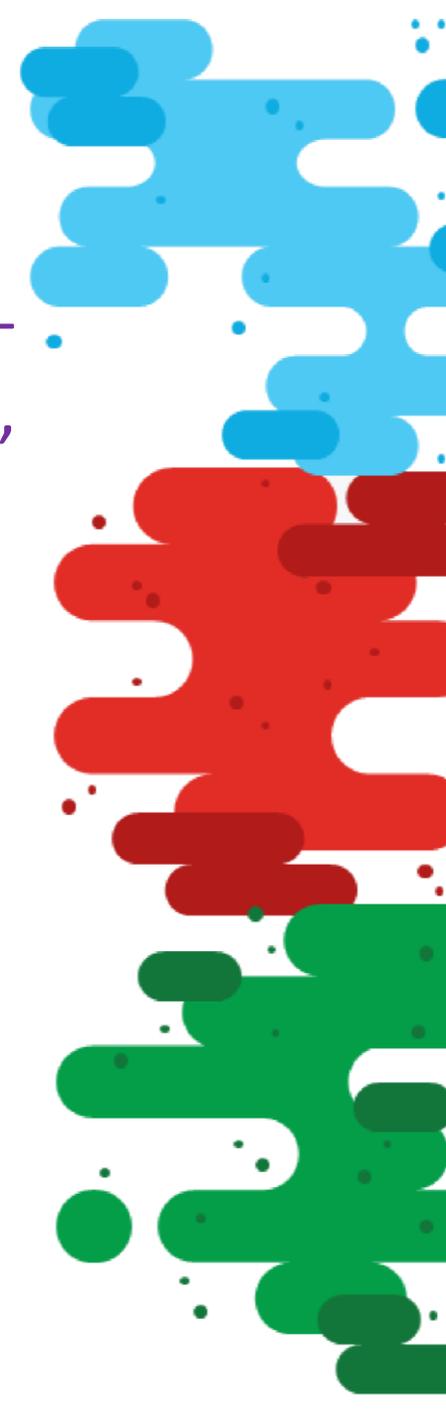
4.1. Deconstrucción del cubo (I)

En 1974 el artista norteamericano Sol LeWitt (1928-2007), pionero del arte conceptual y minimalista, expuso por primera vez sus *Variations of Incomplete Open Cubes*.

Consta de 122 estructuras de cubos de madera. Están todas las configuraciones tridimensionales obtenidas a partir de las aristas (pero no todas) de un cubo (se descartan las planas), que son distintas (se suprimen las que pueden transformarse en otra por rotación espacial, pero no mediante una reflexión) y son construibles (con conexión entre las aristas).



Dos configuraciones diferentes.



04
Para
profundizar

4.1. Deconstrucción del cubo (II)

Muestra todas las formas que expuso Sol LeWitt:

a) Con doce aristas. Y con once.

b) Con cuatro aristas.

Sugerencia: Trabajar con una plantilla muda con cubos en los que sus aristas estén ya dibujadas.

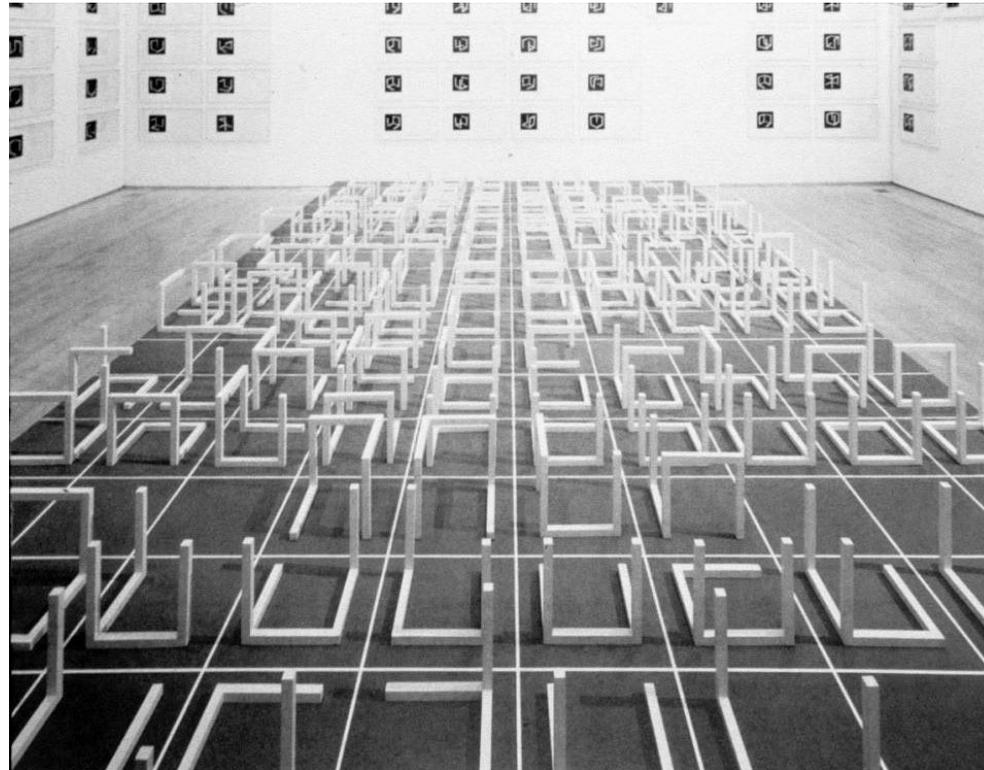


Imagen:

<https://socks-studio.com/2016/06/15/>



04
Para
profundizar

4.1. Deconstrucción del cubo (III)

VARIATIONS OF INCOMPLETE OPEN CUBES														
														
														
														
														
														
														
														
														
														
														
														
														
														

Taller: *La vida oculta del cubo*. XX JAEM Valencia.

Imagen: <https://socks-studio.com/2016/06/15/>

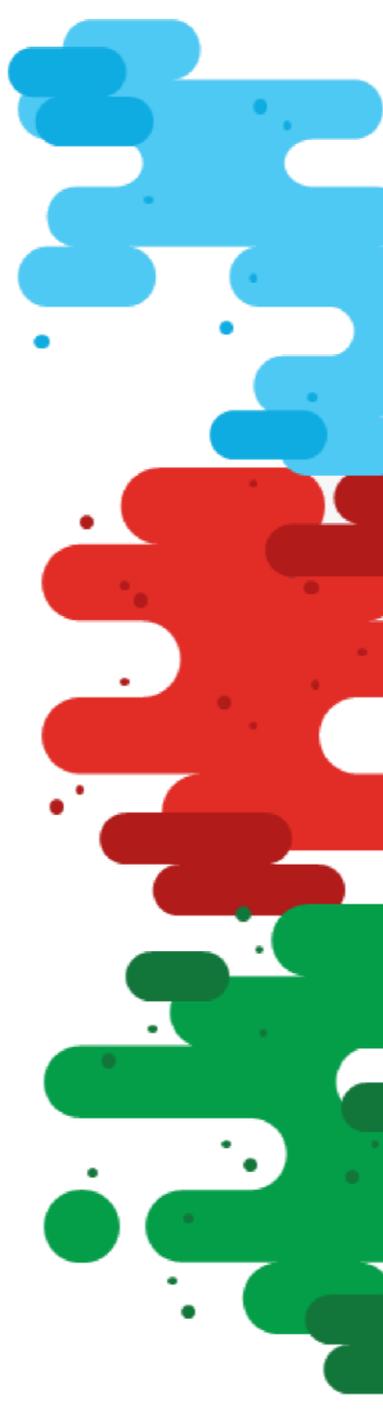


4.2. Cubo de Rupert (I)

¿Es posible horadar un cubo de forma que por el agujero realizado quepa, sin forzar, otro cubo de dimensiones iguales o ligeramente mayores a las del original?

El Príncipe Rupert del Rin (1619-1682), militar anglo-alemán y científico, autor de la conjetura, apostó a que sí.

Y ganó: John Wallis (1616-1703) matemático inglés, y posteriormente el matemático holandés Pieter Nieuwland (1764-1794), demostraron que tal agujero era posible. Este último expuso la solución óptima, proponiendo un hueco con un ángulo de $22,5^\circ$.



04
Para
profundizar

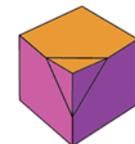
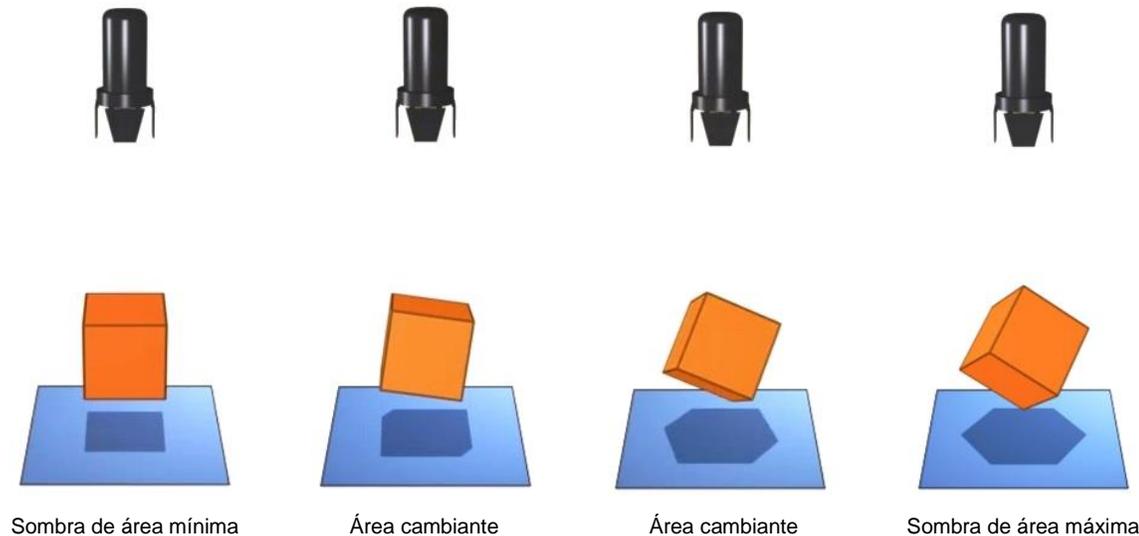
4.2. Cubo de Rupert (II)

La respuesta a la cuestión planteada la da el *teorema de la sombra del cubo*, que demuestra que la forma de la sombra oscila entre un cuadrado (área mínima) y un hexágono regular (área máxima).

Y en ese hexágono regular es posible pasar un cubo de arista

$$\frac{3^{\frac{2}{3}}\sqrt{2}}{4} \approx 1,060 \text{ u. d. l.}$$

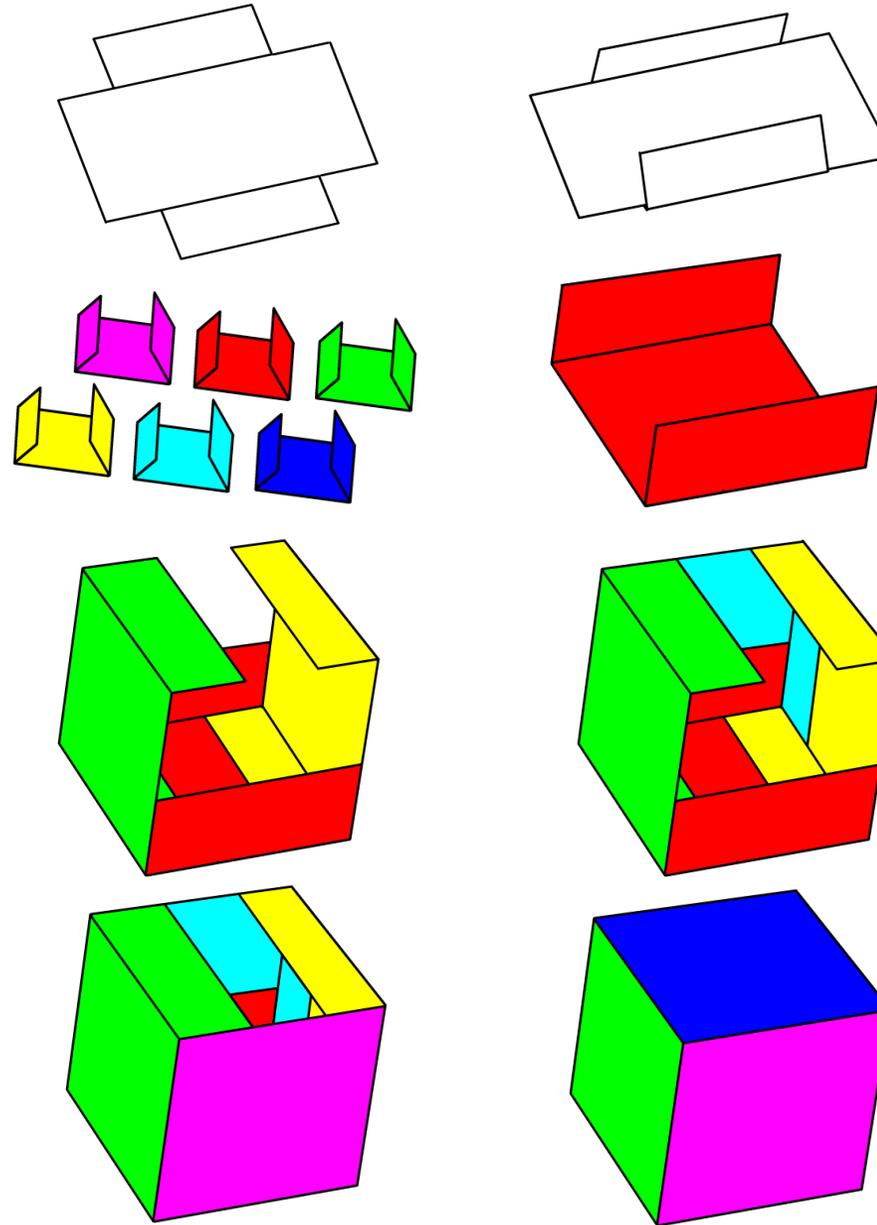
aproximadamente un 6 % mayor que la del cubo que lo recibe.



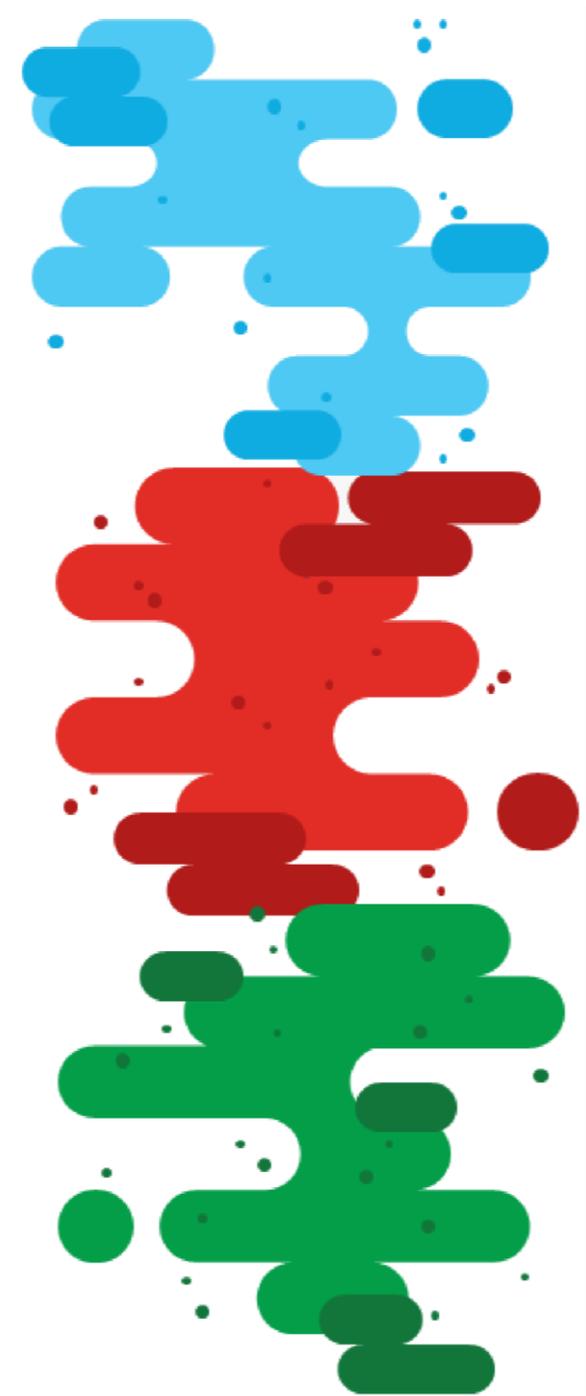
05
Para
finalizar

5.1. Cubos truncados (I)

Material necesario: seis rectángulos de cartulina de tamaño 2x1 (doble de largo que ancho).



Pasos para la construcción en papel de un cubo de Jackson.

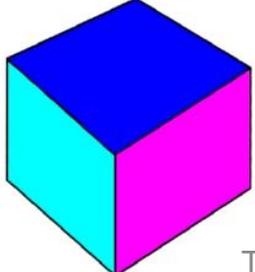
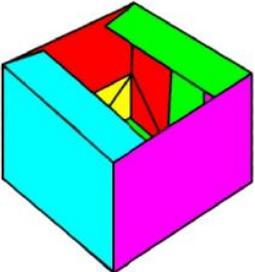
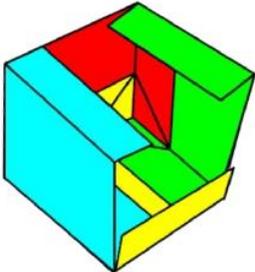
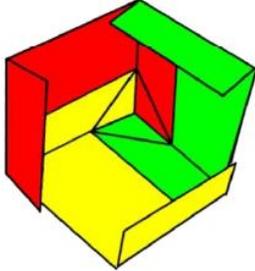
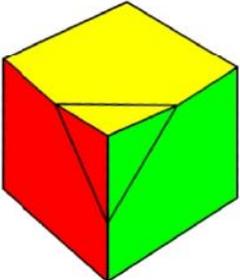
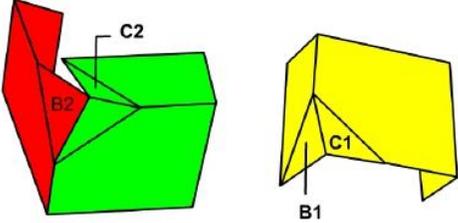
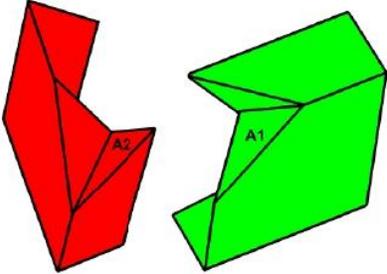
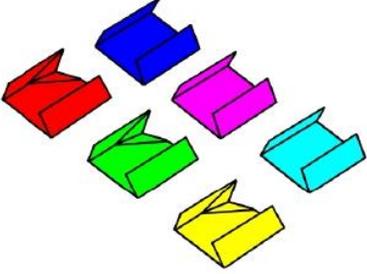
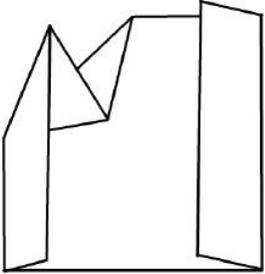
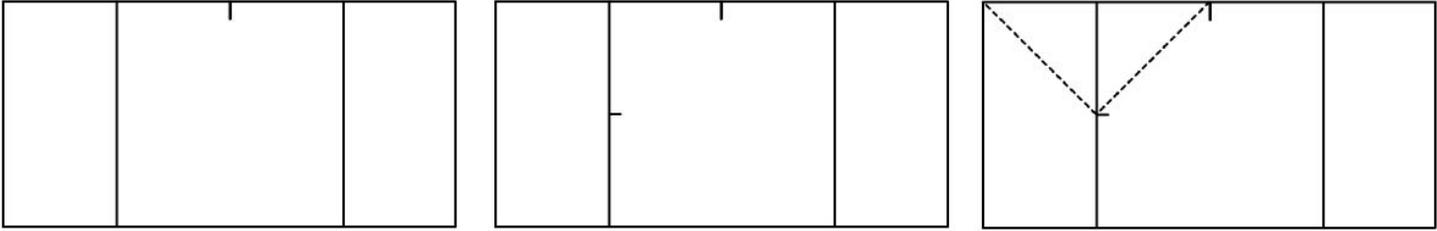


05
Para
finalizar

5.1. Cubos truncados (II)

Material necesario: seis rectángulos de cartulina de tamaño 2x1 (doble de largo que ancho).

Pasos para la construcción en papel de un cubo con un solo truncamiento (Cubo de Colón).



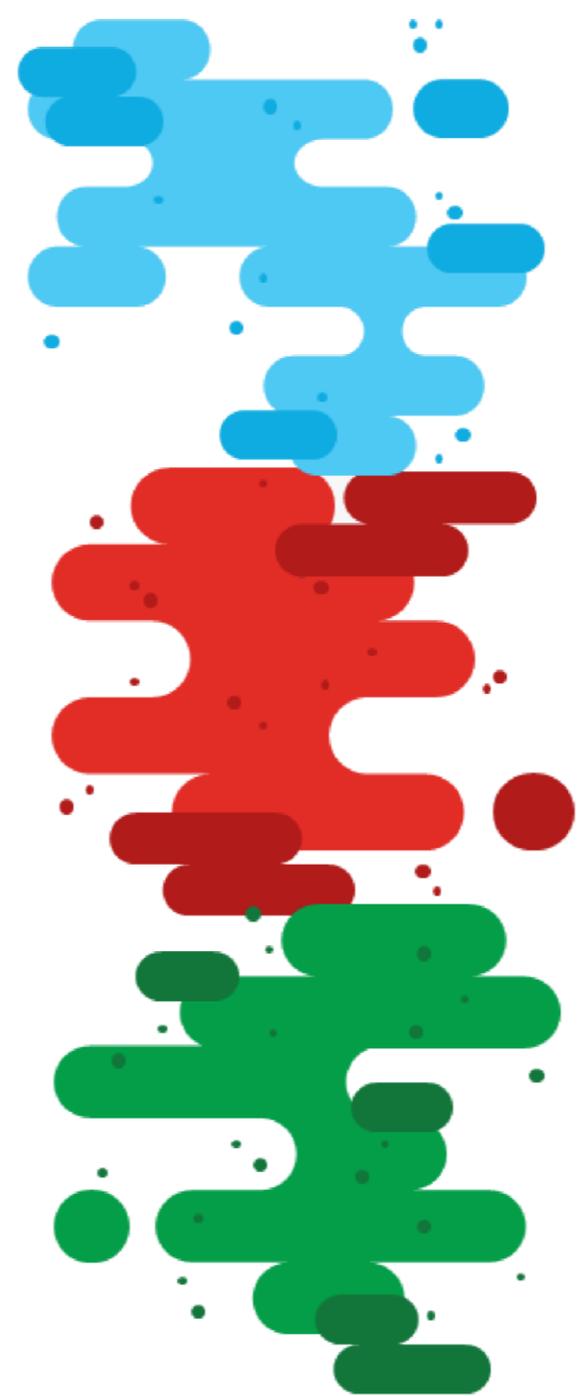
05

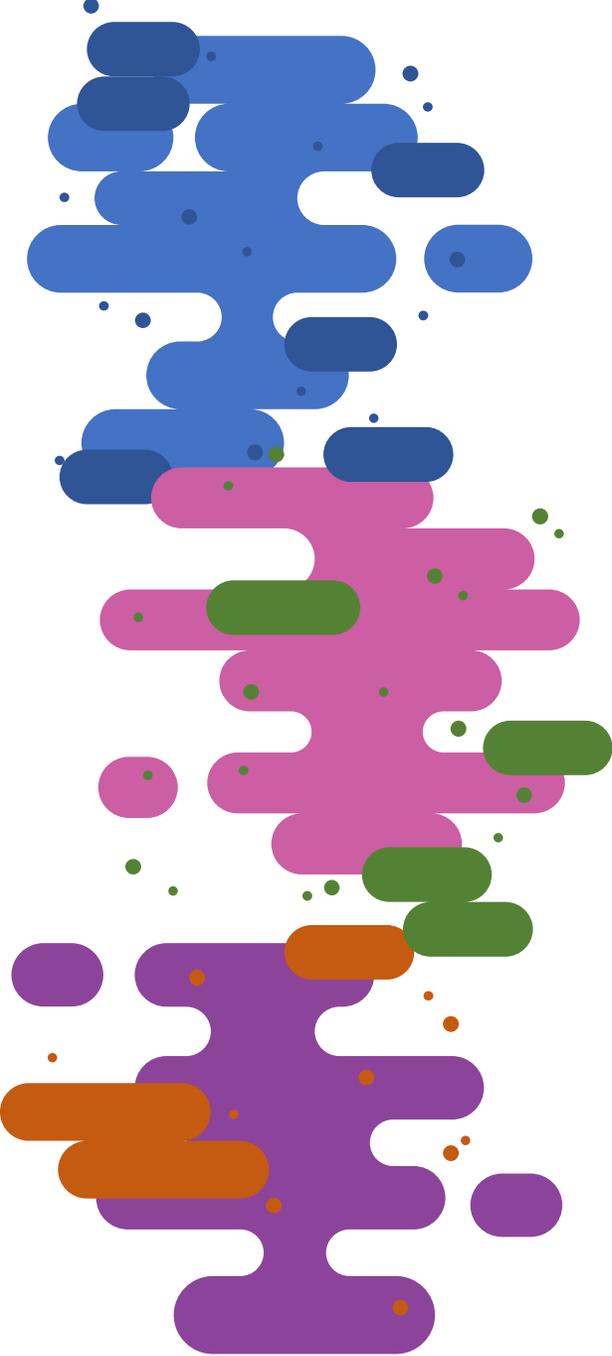
Para
finalizar

5.1. Cubos truncados (III)

- a) Truncar un segundo vértice del cubo.
- b) Truncar varios vértices.
- c) ¿Cuántos poliedros distintos pueden obtenerse con 0, 1, 2..., 8 vértices truncados en el cubo?

Sugerencia: Trabajar con una plantilla muda con cubos que tengan sus aristas ya dibujadas.





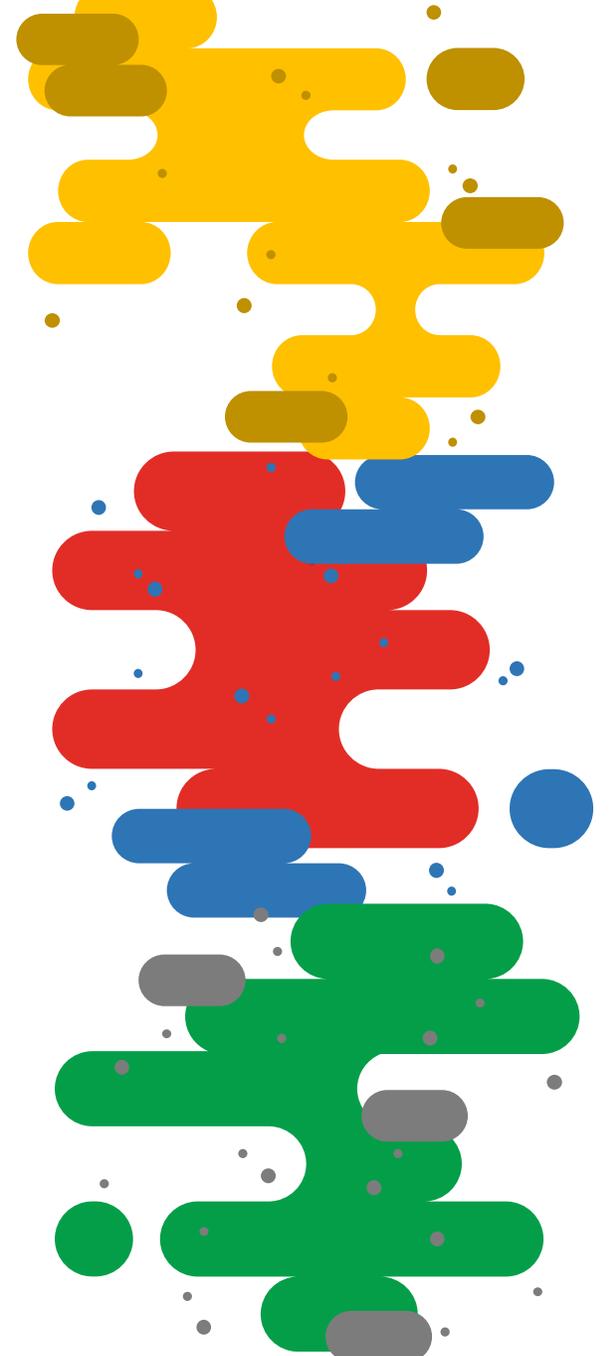
06
Para
saber más

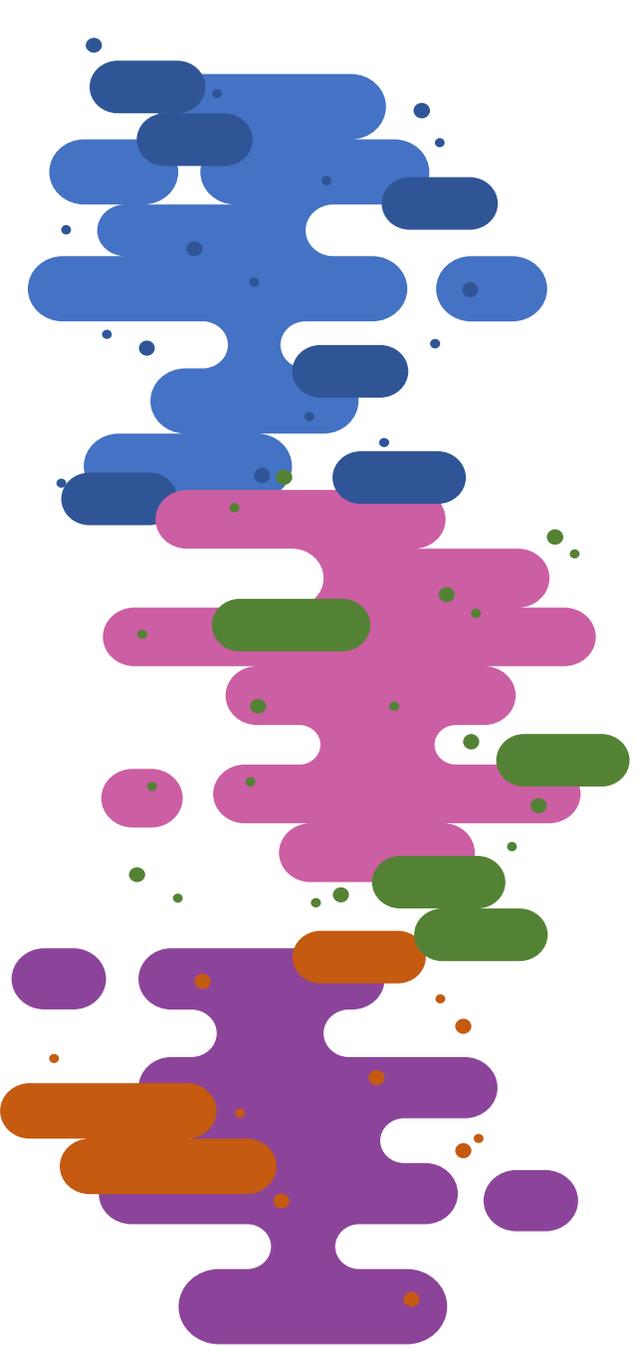
Grupo Alquerque. *Pasatiempos Matemáticos de la Prensa.*

<http://pasatiemposmaticosdelaprensa.blogspot.com/>

Ledesma, A y otros (2020). *Cubos³. XXXII Open Matemático.* Monografías Open Matemático.

Taller: *La vida oculta del cubo.* XX JAEM Valencia.





¡GRACIAS!

¿Alguna pregunta?

